

Antología: “Construcción operativa de los algoritmos de las cuatro operaciones fundamentales en la enseñanza de primaria.”.

Ministerio de Educación Pública.

Instituto de Desarrollo Profesional Uladislao Gámez Solano.

Autores: Javier Francisco Barquero Rodríguez

Edición San José, 2010.

Presentación.

La presente antología servirá de apoyo al curso de capacitación que se brindará a docentes de I y II. Este documento consiste en una sistematización de la propuesta metodológica realizada por la asesoría de matemática ante el cambio de paradigma que a nivel mundial se presenta sobre como propiciar el aprendizaje de los algoritmos de cálculo en la educación primaria.

En la antología se presenta la construcción operativa de cada una las operaciones y se recrea cada uno de los momentos desde hacerla con el material concreto o semiconcreto hasta la escritura simbólica del algoritmo en construcción.

Los y las docentes debemos tener presente que ya no basta con propiciar el algoritmo de la adición o de la sustracción o de la multiplicación o de la división para obtener respuestas correctas sino que lo realmente importante es la comprensión de cómo funcionan dichos algoritmos propiciando que nuestro estudiantado pase de una comprensión instrumental en la cual obtiene respuesta correctas pero no puede explicar por qué a un comprensión relacional donde el estudiantado además de obtener la respuesta correcta pueda explicar con sus propias palabras cual fue el proceso que siguió para obtenerla.

Dentro de las políticas del MEP se contempla en el plan 200 mejorar la calidad de la educación y fortalezca el proceso de mediación pedagógica, desde esta óptica es que el curso fue preparado y con la finalidad de lograr una mayor cobertura de instituciones de la región que trabajen con este enfoque metodológico alternativo para su implementación en las aulas.

Tabla de contenidos

Título	Pág.
Portada	1
Créditos.....	2
Presentación	3
Tabla de contenidos	4
La adición en primer grado	5
La adición en el segundo grado	9
La adición en el tercer grado	13
La adición en el cuarto grado.....	20
La sustracción en el primer año escolar.....	31
La sustracción en el segundo año escolar.....	35
La sustracción en el tercer año escolar.....	40
La sustracción en el cuarto año escolar.....	47
La multiplicación en segundo grado.....	56
La división en el cuarto grado y algo más.....	68
La división en quinto grado.....	71
Anexos	76
Bibliografía.....	81

La adición en primer grado

Para trabajar la adición en el primer grado se utilizará una metodología conocida con el nombre de “suma natural”, por su relación con la forma en que suman las personas no escolarizadas. Al sumar las personas no escolarizadas utilizan una técnica oral, la cual se ejemplifica a continuación, utilizando $432 + 257$:

*“Cuatrocientos treinta y dos **más** doscientos cincuenta y siete.
Cuatrocientos treinta y dos **más** doscientos, seiscientos treinta y dos.
Seiscientos treinta y dos **más** cincuenta, seiscientos ochenta y dos.
Seiscientos ochenta y dos **más** siete, seiscientos ochenta y nueve.”*

Esta forma de cálculo también la utilizan los calculadores prodigio pues en términos generales ellos operan de izquierda a derecha iniciando con el agrupamiento de mayor cantidad de unidades, en el ejemplo anterior sería cuatrocientos.

En el caso de la enseñanza de la adición en primer grado, se inicia un proceso en el que se trabaja con material concreto, constelaciones de puntos, configuraciones de dedos y el cálculo mental favoreciendo la competencia numérica de cada uno de los niños y niñas.

Paralelamente se trabaja en la construcción operativa de cada uno de los números, con este trabajo previo se ha propiciado que el niño o niña sume utilizando una técnica oral y apoyada con material concreto; por lo tanto se espera que a inicios del tercer periodo, el niño o niña, estén en la capacidad de editar la forma como ellos suman, realizando los enlaces necesarios e integrando el proceso mental, lo actuado con el material para relacionarlo paso a paso con la escritura simbólica del proceso de la adición.

En este proceso de edición se sugiere trabajar utilizando la notación desarrollada de cada uno de los sumandos como se ilustra a continuación:

$$56 + 31 =$$

$(50 + 6) + (30 + 1) \longrightarrow$ se expresa cada sumando en su notación desarrollada

$(50 + 30) + (6 + 1) \longrightarrow$ suma los grupos de 10 con los grupos de 10 y las unidades con las unidades (propiedades: conmutativa y asociativa).

$$\begin{array}{r} 80 + 7 \\ 87 \end{array} \longrightarrow$$
 a partir de la notación desarrollada obtiene el resultado final.

De donde $56 + 31 = 87$.

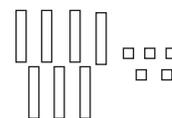
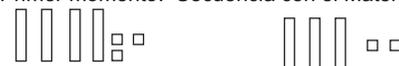
Lo anterior es la justificación relacional de la operación adición. A continuación se propone una secuencia didáctica para trabajar la adición en este primer estadio desarrollado.

En esta propuesta se debe trabajar con material concreto, luego con material semiconcreto o gráfico y por último en forma simbólica. Además al trabajar cada operación con material concreto se debe trabajar tres momentos:

- Un primer momento donde el estudiante con la ayuda del material concreto es capaz de dar respuesta a la operación propuesta.
- Un segundo momento donde el estudiante es capaz de verbalizar lo actuado con el material concreto.
- Un tercer momento donde el estudiante es capaz de editar lo actuado con el material concreto o semiconcreto. Al editar lo actuado el niño realiza los enlaces necesarios de lo actuado con el material y lo escrito en la forma simbólica.

Por ejemplo: $43 + 32$ utilizando el Estadio Desarrollado.

- a) Primer momento: Secuencia con el Material Concreto



De donde $43 + 32 = 75$

- b) Segundo momento: Verbalización de lo actuado

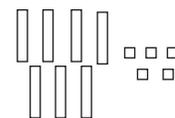
Secuencia con el Material Concreto

Verbalización de lo actuado



cuarenta y tres más treinta y dos
Explica cuarenta y tres como cuatro Grupos de 10 y tres unidades.

Explica treinta y dos como tres Grupos de 10 y dos unidades.



cuarenta más treinta, setenta;
tres más dos, cinco;
setenta más cinco, setenta y cinco.
de donde $43 + 32 = 75$

c) tercer momento: Editando simbólicamente

Secuencia con el Material Concreto Edición de lo actuado con el material

$$\begin{array}{r} 43 + 32 \\ (40 + 3) + (30 + 2) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (40 + 30) + (3 + 2) \\ 70 + 5 \\ 75 \end{array}$$

De donde $43 + 32 = 75$

Cabe destacar que en este proceso el niño y la niña verbalizan lo que va actuando, esto quiere decir que son capaces de explicar lo que escriben, utilizando para ello la notación desarrollada. En esta parte, es importante señalar que se sigue trabajando con toda la cantidad, es decir el alumno tiene muy presente, las cantidades que está operando, por ejemplo cuarenta más treinta. Es decir, el niño reconstruye un algoritmo para la adición, dando sentido a cada uno de los pasos realizados por él o ella.

Este proceso se continúa por cuatro años para construir los cuatro estadios para la construcción del algoritmo convencional. Como sugerencia se puede proponer, para la adición, la siguiente distribución:

- primer año (estadio desarrollado) ,
- segundo año (transición estadio desarrollado y resumido),
- tercer año (transición resumido y abreviado)
- cuarto año(transición abreviado y convencional)

El cambio de estadio obedece a una necesidad del estudiantado, los cuales cada vez escriben menos el proceso realizado con el material, ya muchas acciones las realiza a nivel mental. Por esta razón, es importante volver a insistir sobre la importancia de trabajar con material concreto, semiconcreto y simbólico, realizando los enlaces necesarios entre lo ejecutado con el material y la reconstrucción de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas según el estadio en que se encuentren.

En cada operación propuesta se debe trabajar con materiales concreto, tales como: semillas, paletas, chapas y fichas, etc para el primer grado escolar. En los otros niveles se puede utilizar otros materiales tales como: material semiconcreto: Bloques multibase (base 10), moneda nacional (de 1, 10, 100, 1000 y 10000 colones), por código de color (semillas, fichas) y ábacos.

Otro aspecto fundamental es el trabajo en el tema de sistema de numeración de la construcción operativa de los números, dar tratamiento especial a la notación desarrollada de cada número. Con la construcción operativa de los números y el trabajo específico de la composición y la descomposición de cantidades, se debe propiciar que el estudiantado tome conciencia de las "cantidades equivalentes" es decir 34 se puede descomponer de muchas formas y continúa representando el 34. Cobra vital importancia el que se focalice estas descomposiciones utilizando grupos de diez, tales como $30 + 4$ ó $20 + 14$ ó $10 + 24$ lo cuál le permitirá comprender al niño las reagrupaciones que realiza en algunas sustracciones y también $20 + 14$ con $30 + 4$ para las agrupaciones.

Para finalizar se ilustra, los dos primeros estadios, para la adición:

Desarrollado

$$\begin{array}{r} 56 + 37 = \\ (50 + 6) + (30 + 7) = \\ (50 + 30) + (6 + 7) = \\ 80 + 13 = \\ 80 + (10 + 3) = \\ (80 + 10) + 3 = \\ 90 + 3 = \\ 93 \end{array}$$

Resumido

$$\begin{array}{r} 56 + 37 = \\ 80 + 13 = \\ 80 + 10 + 3 = \\ 90 + 3 = \\ 93 \end{array}$$

$$49 + 23 = (49 + 1) + 22 = 72 \quad (\text{por estrategia propia escrita})$$

La adición en el segundo grado

¿Cuál es el perfil de entrada?

Se espera que el niño y la niña sea capaz de realizar las adiciones, cuyos totales pertenezcan al campo numérico de los números naturales, comprendidos entre cero y noventa y nueve. Al realizar estas adiciones el estudiantado opera con toda la cantidad y no en forma posicional. Para propiciar que se trabajara con toda la cantidad es que se propusieron las adiciones en forma horizontal.

El estudiantado es capaz de resolver estas operaciones utilizando el cálculo mental y el cálculo escrito; en el caso del cálculo escrito puede utilizar estrategias propias de cálculo y el estadio Desarrollo propuesto en la metodología denominada "Natural".

En este proceso de construcción de la operación adición, se trabajó con material concreto (paletas, semillas, fichas, bolsas, ligas etc.) y se respetó los tres momentos propuestos en la metodología natural, donde el estudiante:

- Realiza la operación.
- Verbaliza lo actuado
- Edita lo actuado y verbalizado.

A modo de ejemplo analicemos como terminó, el niño y la niña de primer grado, editando las adiciones propuestas, con base en la metodología natural, por ejemplo $62 + 35$

$$\begin{array}{r} 62 + 35 = \\ (60 + 2) + (30 + 5) = \\ (60 + 30) + (2 + 5) = \\ 90 + 7 = \\ 97 \end{array}$$

Es importante señalar que los niños y niñas pueden realizar operaciones donde es necesario reagrupar utilizando para ello el cálculo mental y el cálculo escrito (estrategia propia) como se ilustra a continuación:

$$49 + 23 = 72 \quad (\text{por cálculo mental})$$

¿Cuál es el énfasis de la construcción de la adición en este nivel escolar?

En el segundo año escolar se espera que los estudiantes pasen del estadio desarrollado al estadio resumido; pero el verdadero énfasis de la construcción de la adición, en este nivel, está en la construcción del concepto de agrupación con base en nuestro sistema decimal.

A. Cómo trabajar la agrupación dentro del marco de la metodología natural

Preparando las bases para la agrupación en la adición es que se trabajó, en el nivel de primer grado lo que denominamos cantidades equivalentes a partir de la composición de cantidades, como se ilustra a continuación:

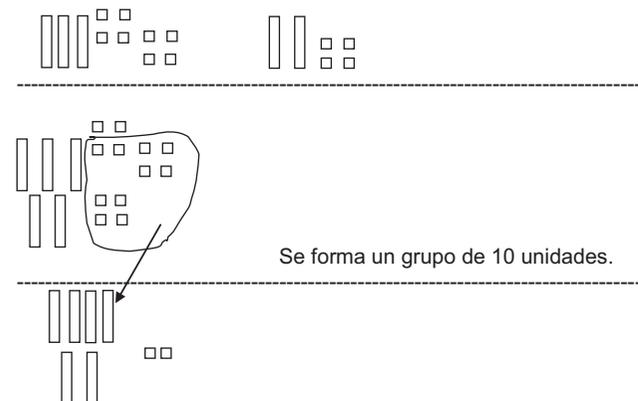
"Con 18 unidades se pueden formar, entre otros, 1 grupo de 10 unidades y 8 unidades. (18 = 9 + 9, 18 = 11 + 7, 18 = 6 + 6 + 6, ..., 18 = 10 + 8)"

"Con 36 unidades se puede formar, utilizando solo grupos de 10 unidades y unidades sueltas, entre otras 3 grupos de 10 y 6 unidades (36 = 10 + 26, 36 = 20 + 16, 36 = 30 + 6)."

Con este conocimiento previo se le puede proponer la siguiente operación, para que la resuelva atendiendo a los tres pasos antes citados: hacerla, verbalizarla y editar en el marco de la metodología natural. Por ejemplo: $38 + 24$ (Estadio Desarrollado).

a) Primer momento

Secuencia con el Material Concreto



De donde $38 + 24 = 62$

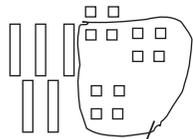
b) Segundo momento

Secuencia con el Material Concreto

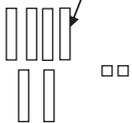
Verbalización de lo actuado



Treinta y ocho más veinticuatro. Explica treinta y ocho como tres grupos de diez y ocho unidades. veinticuatro como dos grupos de diez y cuatro unidades



Treinta más veinte, cincuenta
Ocho más cuatro, doce
Pero con doce puedo formar un grupo de diez y dos unidades



Cincuenta más diez, sesenta
Más dos, sesenta y dos
De donde $38 + 24 = 62$

c) Tercer momento

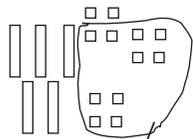
Secuencia con el Material Concreto

Edición de lo actuado con el material



$$38 + 24 =$$

$$(30 + 8) + (20 + 4) =$$



$$(30 + 20) + (8 + 4) =$$

$$50 + 12 =$$

$$50 + (10 + 2) =$$



$$(50 + 10) + 2 =$$

$$60 + 2 =$$

$$62$$

De donde $38 + 24 = 62$

Resumiendo el proceso anterior se puede plasmar la edición de las adiciones donde es necesario agrupar (según las características de nuestro sistema decimal) en el **estadio desarrollado** de la siguiente forma:

$$238 + 124 =$$

$$(200 + 30 + 8) + (100 + 20 + 4) =$$

$$(200 + 100) + (30 + 20) + (8 + 4) =$$

$$300 + 50 + 12 =$$

$$300 + 50 + (10 + 2) =$$

$$300 + (50 + 10) + 2 =$$

$$300 + 60 + 2 =$$

$$362$$

B. ¿Cómo realizar la transición del estadio desarrollado al estadio resumido?

El cambio del estadio desarrollado al estadio resumido surge como una necesidad de cada uno de los estudiantes por escribir cada vez menos el proceso que siguen para realizar la adición propuesta.

B.1 Caso donde no es necesario agrupar

Estadio desarrollado	Transición	Resumido (Perfil de salida)
$527 + 342 =$ $(500 + 20 + 7) + (300 + 40 + 2) =$ $(500 + 300) + (20 + 40) + (7 + 2) =$ $800 + 60 + 9 =$ 869	$527 + 342 =$ $(500 + 300) + (20 + 40) + (7 + 2) =$ $800 + 60 + 9 =$ 869	$527 + 342 =$ $800 + 60 + 9 =$ 869

B.2 Caso donde si es necesario agrupar

Estadio desarrollado	Transición	Resumido (Perfil de salida)
$485 + 342 =$ $(400 + 80 + 5) + (300 + 40 + 2) =$ $(400 + 300) + (80 + 40) + (5 + 2) =$ $700 + 120 + 7 =$ $700 + (100 + 20) + 7 =$ $700 + 100 + 20 + 7 =$ 827	$485 + 342 =$ $(400 + 300) + (80 + 40) + (5 + 2) =$ $700 + 120 + 7 =$ $700 + (100 + 20) + 7 =$ $(700 + 100) + 20 + 7 =$ 827	$485 + 342 =$ $700 + 120 + 7 =$ $700 + (100 + 20) + 7 =$ $(700 + 100) + 20 + 7 =$ 827

700 + (100+20) + 7 = (700 + 100) + 20 + 7 = 800 + 20 + 7 = 827	800 + 20 + 7 = 827	
-------------------------------------------------------------------------	-----------------------	--

La adición en el tercer grado

¿Cuál es el perfil de entrada?

Se espera que el niño sea capaz de realizar las adiciones, cuyos totales sean menores que mil. Al realizar estas adiciones el estudiantado opera con toda la cantidad y no en forma posicional. Las operaciones las trabajan en forma horizontal; para realizar las operaciones los estudiantes pueden realizarlas por cálculo mental, estrategias propias escritas y el estadio Resumido propuesto en la metodología "natural".

En el proceso de construcción de la operación adición, se trabajó con material concreto al inicio del curso lectivo (paletas, semillas, fichas, bolsas, ligas etc.) y con material semiconcreto: los bloques multibase o la moneda Nacional al final del curso. Se continuó con los tres momentos propuestos en la metodología natural para cada estadio; en estos momentos el estudiante primero:

- Realiza la operación. Cuando ya es capaz de dar respuesta entonces
- Verbaliza lo actuado (explica con sus propias palabras como resolvió la operación).
- Edita lo actuado y verbalizado.

A modo de ejemplo analicemos como terminó, el niño y la niña de segundo grado, editando las adiciones propuestas, con base en la metodología natural, por ejemplo:

A. Sin agrupar

$$\begin{array}{r} 456 + 142 = \\ 500 + 90 + 8 = \\ 598 \end{array}$$

B. Agrupando

$$\begin{array}{r} 238 + 124 = \\ 300 + 50 + 12 = \\ 300 + 50 + (10 + 2) = \\ 300 + (50+10) + 2 = \\ 300 + 60 + 2 = \end{array}$$

362

También se continúa resolviendo operaciones utilizando el cálculo mental o estrategia propia escrita, tal como:

$$396 + 498 = 400 + 500 - 6 = 894$$

¿Cuál es el énfasis de la construcción de la adición en este nivel ?

En el tercer año escolar se espera que los estudiantes pasen del estadio resumido al estadio abreviado. Por lo tanto, el énfasis de la construcción de la adición, en este nivel, está en la construcción del concepto de valor posicional.

A. ¿Cómo trabajar el valor posicional dentro del marco de la metodología natural?

Desde el primer grado escolar se viene preparando el terreno para la adquisición del concepto de valor posicional, de hecho se podría afirmar que dicho concepto lo dominan de manera intuitiva los estudiantes que han venido trabajando en este proceso de las operaciones fundamentales con base en la metodología denominada "natural". De hecho el estudiantado ha trabajado desde el primer año y en el segundo año con:

- Las pautas verbales al comunicar cantidades.
- Lectura y escritura de números
- Sumar y restar mentalmente (cálculo mental)
- La idea de agrupamiento (como grupos de 1, grupos de 10, grupos de 100)
- Ordenación (saben diferenciar 135 de 351)
- Potencias de 10 (como grupos de 1, grupos de 10, grupos de 100)
- Estimación y aproximación (muy ligado al cálculo mental)
- Composición y descomposición de cantidades (se ha trabajado en la construcción operativa de cada nuevo número y también bajo el término de cantidades equivalentes).

No obstante, es en este nivel del tercer año donde el niño y la niña van a pasar de esta comprensión instrumental del concepto de valor posicional a una comprensión relacional

del mismo. Para profundizar sobre el valor posicional y el trabajo propuesto en el tercer año se recomienda la lectura e implementación del documento elaborado por esta asesoría denominado **“Fases del valor posicional o relativo”**.

B. ¿Cómo realizar la transición del estadio resumido al estadio abreviado?

El cambio del estadio resumido al estadio abreviado, si se ha trabajado previamente el concepto de valor posicional, resultará muy accesible para el estudiantado; por lo cuál es de vital importancia que el estudiantado tenga dominio del valor posicional antes de iniciar a escribir el proceso mental con el que se realiza la operación utilizando solo los valores posicionales de cada uno de los dígitos o cifras de los numerales involucrados en dicha operación.

Mientras en los primeros periodos el estudiante construye el concepto de valor posicional se puede estar trabajando la transición del estadio resumido al estadio abreviado; para lo cual se trabaja con toda la cantidad, con la diferencia que se trabaja en forma vertical, como se ejemplifica a continuación:

B.1 Caso donde no es necesario agrupar

Estadio Resumido	Transición (se trabaja con toda la cantidad)	
$2\ 456 + 5\ 142 =$ $7000 + 500 + 90 + 8 =$ 7598	$\begin{array}{r} 2\ 456 \\ + 5\ 142 \\ \hline 7\ 000 \\ 500 \\ 90 \\ + 8 \\ \hline 7\ 598 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\ 456 \\ + 5\ 142 \\ \hline 8 \\ 90 \\ 500 \\ + 7\ 000 \\ \hline 7\ 598 \end{array}$

Transición (se trabaja con toda la cantidad pero se hace referencia a los valores posicionales)

$\begin{array}{r} 1000\ 100\ 10\ 1 \\ 2\ 4\ 5\ 6 \\ + 5\ 1\ 4\ 2 \\ \hline 7\ 0\ 0\ 0 \\ 5\ 0\ 0 \\ 9\ 0\ 0 \\ \hline 7\ 5\ 9\ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1000\ 100\ 10\ 1 \\ 2\ 4\ 5\ 6 \\ + 5\ 1\ 4\ 2 \\ \hline 8 \\ 9\ 0 \\ 5\ 0\ 0 \\ + 7\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 7\ 5\ 9\ 8 \end{array}$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Estadio Abreviado (se trabaja con los valores posicionales)	
$\begin{array}{r} 1000\ 100\ 10\ 1 \\ 2\ 4\ 5\ 6 \\ + 5\ 1\ 4\ 2 \\ \hline 7\ 5\ 9\ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1000\ 100\ 10\ 1 \\ 2\ 4\ 5\ 6 \\ + 5\ 1\ 4\ 2 \\ \hline 8 \\ 9 \\ 5 \\ + 7 \\ \hline 7\ 5\ 9\ 8 \end{array}$

Se finaliza el estadio abreviado sin la necesidad de recurrir al encasillado, para lo cual el niño y la niña, trabajan con las posiciones de los dígitos según su valor posicional.

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 5\ 6 \\ + 5\ 1\ 4\ 2 \\ \hline 8 \\ 9 \\ 5 \\ + 7 \\ \hline 7\ 5\ 9\ 8 \end{array}$$

B.2 Caso donde si es necesario agrupar

Estadio Resumido	Transición (se trabaja con toda la cantidad)	
$4\ 328 + 2\ 546 =$ $6000 + 800 + 60 + 14 =$ $6000 + 800 + (60+10) + 4 =$ $6000 + 800 + 70 + 4 =$ 6874	$\begin{array}{r} 4\ 328 \\ + 2\ 546 \\ \hline 6\ 000 \\ 800 \\ 60 \\ + 14 \\ \hline 6\ 000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\ 328 \\ + 2\ 546 \\ \hline 14 \\ 60 \\ 800 \\ + 6\ 000 \\ \hline 4 \end{array}$

	800	10
	60	60
	10	800
	<u>+ 4</u>	<u>+ 6 000</u>
	6 000	4
	800	70
	70	800
	<u>+ 4</u>	<u>+ 6 000</u>
	6 874	6 874

			4
6			
	8		
		7	
			4
6	8	7	4

6			
			4
	8	7	
6	8	7	4

Transición
(se trabaja con toda la cantidad pero se hace referencia a los valores posicionales)

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
+	2	5	4	6
	6	0	0	0
		8	0	0
			6	0
				14
+	6	0	0	0
		8	0	0
			6	0
			1	0
				4
+	6	0	0	0
		8	0	0
			7	0
				4
	6	8	7	4

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
+	2	5	4	6
			6	14
		8	0	0
+	6	0	0	0
			1	4
		8	0	0
			6	0
		8	0	0
+	6	0	0	0
			7	4
	6	8	7	4

Con base en las necesidades de los estudiantes, ellos van a tender a escribir cada vez de manera más abreviada su proceso mental, por eso se puede finalizar el estadio abreviado como se muestra a continuación:

1000	100	10	1
4	3	2	8
2	5	4	6
		6	14
+	6		
	8		
		1	4
		6	
+	6		
	8		
		7	4
6	8	7	4

1000	100	10	1
4	3	2	8
2	5	4	6
6			

Transición
(se trabaja solo con los valores posicionales)

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
+	2	5	4	6
	6			
		8		
			6	
				14
+	6			
		8		
			6	
			1	

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
+	2	5	4	6
			6	14
		8		
+	6			
			1	4
		8	6	
		8		

	8	6	14
+			
6			
	8	6	
+		1	4
6	8	7	4

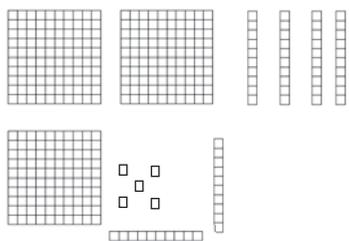
Se debe tener presente que, para no mecanizar el proceso que trae el estudiante, es deseable que se continúe realizando algunas de las operaciones propuestas utilizando material de apoyo (en este nivel semiconcreto); pero también es deseable que algunas operaciones se puedan resolver directamente prescindiendo del material. Independientemente de cómo las realicen sigue teniendo vital importancia el verbalizar lo actuado y editarlo en consecuencia.

Analice el siguiente ejemplo, que ilustra el tercer momento:

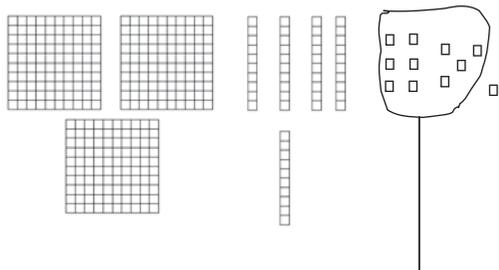
100	10	1
2	4	6
1	2	5
3	6	11
3	6	1
3	7	1
3	7	1

Secuencia con el Material Concreto

Edición de lo actuado y verbalizado



	100	10	1
+	2	4	6
	1	2	5
+			



	100	10	1
+	2	4	6
	1	2	5
+	3	6	11

La adición en el cuarto grado

¿Cuál es el perfil de entrada?

Se espera que el niño y la niña sea capaz de realizar las adiciones, cuyos totales sean menores que diez mil. Al realizar estas adiciones el estudiantado opera posicionalmente; por eso aún cuando las operaciones se planteen en forma horizontal el estudiantado las trabajan en forma vertical. Los estudiantes al iniciar el nivel de cuarto año deben estar en la capacidad de resolver las adiciones planteadas por al menos estas tres vías: por cálculo mental, por estrategias propias escritas y utilizando el estadio Abreviado propuesto en la metodología "natural".

En el proceso de construcción de la operación adición, en el nivel del tercer año se trabajó con material semiconcreto (principalmente los bloques multibase o la moneda

Nacional). En la construcción del estadio Abreviado se utilizó los tres momentos sugeridos en la metodología natural a saber: Realizar la operación, verbalizar lo actuado y editar lo actuado y verbalizado.

A modo de ejemplo analicemos como terminó, el niño y la niña de tercer año, editando las adiciones propuestas, con base en la metodología natural, por ejemplo:

A. Sin agrupar

	1000	100	10	1
+	2	4	5	6
	5	1	4	2
				8
+	7			
	7	5	9	8

	1000	100	10	1
+	2	4	5	6
	5	1	4	2
	7			
+		5		
	7	5	9	8

O bien sin el encasillado

	2	4	5	6
+	5	1	4	2
				8
		9		
		5		
+	7			
	7	5	9	8

	2	4	5	6
+	5	1	4	2
				8
		5		
			9	
+				8
	7	5	9	8

B. Agrupando

	1000	100	10	1
+	4	3	2	8
	2	5	4	6
	6			
+		8	6	14
	6			
		8	6	1
			1	4
	6			
		8	7	4

6	8	7	4
---	---	---	---

	1000	100	10	1
+	4	3	2	8
	2	5	4	6
				14
+	6	8	6	4
			1	6
	6	8	7	4
				4
	6	8	7	4

El estudiantado va sintiendo la necesidad de escribir de forma más abreviada:

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
	2	5	4	6
				14
+	6	8	6	4
			1	6
+	6	8	7	4

También se continúa resolviendo operaciones utilizando el cálculo mental o estrategia propia escrita, tal como:

$$4\ 586 + 3\ 126 = 4\ 600 + 3\ 126 - 14 = 7\ 712$$

¿Cuál es el énfasis de la construcción de la adición en este nivel?

En el cuarto año escolar se espera que, los estudiantes realicen las adiciones utilizando el algoritmo convencional; para esto hay que propiciar que ellos pasen del estadio abreviado al estadio estandarizado.

A. ¿Cómo realizar la transición del estadio abreviado al estadio estandarizado?

Para realizar esta transición es de vital importancia continuar trabajando con el valor posicional y enlazarlo con lo actuado en el estadio abreviado. Paralelamente, por medio de preguntas se puede motivar a los estudiantes para que busquen formas de escribir el proceso que realizan al resolver una adición de una forma más corta.

B.1 Caso donde no es necesario agrupar

Estadio Abreviado																																																													
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>9</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>7</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1		2	4	5	6	+	5	1	4	2				9	8	+	7	5				7	5	9	8	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>+</td> <td></td> <td>5</td> <td>9</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1		2	4	5	6	+	5	1	4	2		7				+		5	9	8		7	5	9	8
	1000	100	10	1																																																									
	2	4	5	6																																																									
+	5	1	4	2																																																									
			9	8																																																									
+	7	5																																																											
	7	5	9	8																																																									
	1000	100	10	1																																																									
	2	4	5	6																																																									
+	5	1	4	2																																																									
	7																																																												
+		5	9	8																																																									
	7	5	9	8																																																									
<p>Se realiza la operación de derecha a izquierda verbalizando la cantidad pero utilizando solo los valores posicionales</p> <p>El énfasis esta en la verbalización de lo actuado:</p> <p>Seis más dos son ocho, cincuenta más cuarenta son noventa (aparece 9, en los grupos de 10, en otra línea); cuatrocientos más cien son quinientos (aparece 5, en los grupos de cien en otra línea); dos mil más cinco mil son siete mil (aparece 7, en los grupos de 1000, en otra línea).</p> <p>Utilizando los valores posicionales de estos resultados parciales se da la respuesta en este caso siete mil quinientos noventa y ocho.</p>	<p>Se realiza la operación de izquierda a derecha verbalizando la cantidad pero utilizando solo los valores posicionales.</p> <p>El énfasis esta en la verbalización de lo actuado:</p> <p>Dos mil más cinco mil son siete mil (aparece 7, en los grupos de mil). cuatrocientos más cien son quinientos (aparece 5, en los grupos de 100 en otra línea); cincuenta más cuarenta son noventa (aparece 9, en los grupos de 10, en otra línea); seis más dos son ocho,</p> <p>Utilizando los valores posicionales de estos resultados parciales se da la respuesta, en este caso siete mil quinientos noventa y ocho.</p>																																																												

Transición (se realiza en una sola línea, utilizando los valores posicionales de lo verbalizado)																																									
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1		2	4	5	6	+	5	1	4	2		7	5	9	8	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1		2	4	5	6	+	5	1	4	2		7	5	9	8
	1000	100	10	1																																					
	2	4	5	6																																					
+	5	1	4	2																																					
	7	5	9	8																																					
	1000	100	10	1																																					
	2	4	5	6																																					
+	5	1	4	2																																					
	7	5	9	8																																					
<p>La operación se realiza de derecha a izquierda</p> <p>El énfasis esta en la verbalización de lo actuado:</p> <p>Seis más dos son ocho (aparece 8), cincuenta más cuarenta son noventa (aparece 98); cuatrocientos más cien son quinientos (aparece 598); dos mil más cinco mil son siete mil (aparece 7 598).</p>	<p>La operación se realiza de izquierda a derecha.</p> <p>El énfasis esta en la verbalización de lo actuado:</p> <p>Dos mil más cinco mil son siete mil (aparece 7 en la posición de los grupos de 1000); cuatrocientos más cien son quinientos (aparece 75, el 5 en la posición de los grupos de 100); cincuenta más cuarenta son noventa (aparece 759, el nueve la posición de los grupos de 10) y por último , seis más dos son ocho (aparece el ocho en los grupos de 1 unidad);</p>																																								
<p>Note que al realizar las operaciones en diferente orden, los resultados empiezan a sentirse más naturales cuando se trabaja de derecha a izquierda. Sin embargo la verdadera necesidad de trabajar de derecha a izquierda debe surgir como un mecanismo de resolución, por parte del estudiantado, cuando al realizar la operación sea necesario agrupar (esto será un choque cognitivo para ellos).</p> <p>Por lo tanto, el o la docente no les debe indicar en que orden deben realizar la operación sino dejar que ellos resuelvan su problema, como lo hizo la humanidad en su momento.</p>																																									

Es importante señalar que el encasillado debe ir desapareciendo paulatinamente, para así trabajar de la forma más abstracta posible, dejando que en el proceso mental este todo la justificación relacional de lo que el estudiante realiza al sumar.

$$\begin{array}{r} 2456 \\ + 5142 \\ \hline 7598 \end{array}$$

B.2 Caso donde si es necesario agrupar

Abreviado
(se trabaja solo con los valores posicionales)

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
+	2	5	4	6
				14
		8	6	
+	6			4
			1	6
	6	8		4
			7	4
	6	8		

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
+	2	5	4	6
	6			
		8		
+			6	
	6			14
		8		
			6	1
	6			4
		8		
			7	
				4

Abreviado
(se abrevia aún más)

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
	2	5	4	6
				14
		8	6	
+	6			4
			1	6
	6	8		4
			7	4
+	6	8		

	1000	100	10	1
	4	3	2	8
	2	5	4	6
	6			
		8		
+			6	
	6			14
		8		
			6	1
	6			4
		8		
			7	
				4

Transición (utiliza toda la cantidad del resultado parcial por agrupar)

Se realiza de derecha a izquierda	Se realiza de izquierda a derecha																																
<table border="1"> <thead> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>2</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr> </tbody> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+	2	5	4				14	<table border="1"> <thead> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>8</td><td>6</td><td>14</td></tr> </tbody> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	2	5	4	6	6	8	6	14
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+	2	5	4																														
			14																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
2	5	4	6																														
6	8	6	14																														
<p>Como $14 = 10 + 4$</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>2</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+	2	5	4			7	4	<p>Como $14 = 10 + 4$</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>2</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>8</td><td>6</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+	2	5	4	6	8	6	4
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+	2	5	4																														
		7	4																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+	2	5	4																														
6	8	6	4																														
<table border="1"> <thead> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>2</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>8</td><td>7</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+	2	5	4	6	8	7	4	<table border="1"> <thead> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>2</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>8</td><td>7</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+	2	5	4	6	8	7	4
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+	2	5	4																														
6	8	7	4																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+	2	5	4																														
6	8	7	4																														
<p>La Presentación anterior en tres tablas tiene como finalidad ilustrar la diferencia de trabajar la operación de derecha a izquierda o de izquierda a derecha. Pero al final de todo el proceso el estudiante va a realizar todo el proceso utilizando una sola tabla.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>2</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>8</td><td>7</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1	4	3	2	8	+	2	5	4	6	8	7	4																
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+	2	5	4																														
6	8	7	4																														
<p>Será el niño y la niña el que va tomando conciencia de donde conviene iniciar la adición.</p>																																	

Transición (utiliza el valor posicional del resultado parcial por agrupar)																																	
Se realiza de derecha a izquierda		Se realiza de izquierda a derecha																															
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;">14</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6				14	<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="padding: 5px;">14</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	2	5	4	6	6	8	6	14
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
			14																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
2	5	4	6																														
6	8	6	14																														
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6			7	4	<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	6	4
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
		7	4																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	6	4																														
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4	<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														

La Presentación anterior en tres tablas tiene como finalidad ilustrar la diferencia de trabajar la operación de derecha a izquierda o de izquierda a derecha. Pero al final de todo el proceso el estudiante va a realizar todo el proceso utilizando una sola tabla.

1000	100	10	1
4	3	2	8
+ 2	5	4	6
6	8	7	4

Será el niño y la niña el que va tomando conciencia de donde conviene iniciar la adición.

Resumen de la Transición (Al operar de derecha a izquierda)																																	
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4	<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														
<p>14 = 10 + 4</p>																																	
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4	<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4	<table style="margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1000</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">100</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+ 2</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">4</td></tr> </table>	1000	100	10	1	4	3	2	8	+ 2	5	4	6	6	8	7	4
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														
1000	100	10	1																														
4	3	2	8																														
+ 2	5	4	6																														
6	8	7	4																														

Se debe propiciar que, los niños y niñas, realicen la adición sin necesidad del encasillado. Además recordar la importancia de verbalizar lo actuado. A continuación se muestra un ejemplo de cómo trabajar sin la denominada caja de valores, poniendo énfasis en la verbalización de lo actuado. El o la docente debe velar por garantizar que se de este espacio de verbalización para que sus estudiantes interioricen lo que están haciendo simbólicamente.

Estadio Convencional o Estandarizado	
$\begin{array}{r} 1 \\ 4328 \\ + 2546 \\ \hline 6874 \end{array}$	<p>Verbalizando</p> <p>Ocho más seis es catorce, pongo cuatro y agrupo 10 (aparece 4)</p> <p>Veinte más cuarenta son sesenta y 10 que agrupe setenta (aparece 74)</p> <p>Trescientos más quinientos son ochocientos (aparece 874)</p> <p>Cuatro mil más dos mil son seis mil (aparece 6874)</p>
$\begin{array}{r} 1 \\ 4328 \\ + 2546 \\ \hline 6874 \end{array}$	<p>Verbalizando</p> <p>Ocho más seis es catorce, pongo cuatro y formo 1 grupo de 10 (aparece 4)</p> <p>Dos grupos de 10 más cuatro grupos de 10 son seis grupos de 10 más el grupo de diez que forma siete grupos de 10 (aparece 74)</p> <p>Tres grupos de 100 más cinco grupos de 100 son ocho grupos de 100 (aparece 874)</p> <p>Cuatro grupos de mil más dos grupos de mil son seis grupos de mil (aparece 6874)</p>
$\begin{array}{r} 1 \\ 4328 \\ + 2546 \\ \hline 6874 \end{array}$	<p>Verbalizando</p> <p>Ocho más seis son catorce, pongo cuatro y formo una decena (aparece 4)</p> <p>Dos decenas más cuatro decenas son seis decenas más la decena que forma siete decenas (aparece 74)</p> <p>Tres centenas más cinco centenas son centenas (aparece 874)</p> <p>Cuatro unidades de millar más dos unidades de millar son seis unidades de millar (aparece 6874)</p>

Se debe tener presente que, para no mecanizar el proceso que trae el estudiante, es deseable que se continúe realizando algunas de las operaciones propuestas utilizando material de apoyo (en este nivel semiconcreto); pero también es deseable que algunas operaciones se puedan resolver directamente prescindiendo del

material. Independientemente de cómo las realicen sigue teniendo vital importancia el verbalizar lo actuado y editarlo en consecuencia. Analice el siguiente ejemplo:

Secuencia con el Material Concreto

Edición de lo actuado y verbalizado

The diagram illustrates the progression of a student's work on the addition $247 + 125$. It is divided into three stages by horizontal dashed lines:

- Stage 1:** Shows concrete materials (base ten blocks) representing the numbers. To the right is a simple written sum:
$$\begin{array}{r} 247 \\ + 125 \\ \hline \end{array}$$
- Stage 2:** Shows the student grouping blocks to handle the carry from the units place. A group of ten blocks is circled. To the right is a written sum with a carry of 1:
$$\begin{array}{r} 1 \\ 247 \\ + 125 \\ \hline 2 \end{array}$$
- Stage 3:** Shows the student grouping blocks into hundreds. A group of ten blocks is circled. To the right is a written sum with a carry of 100:
$$\begin{array}{r} 1 \\ 247 \\ + 125 \\ \hline 372 \end{array}$$

La sustracción en el primer año escolar

Al igual que con la adición en el primer grado escolar se trabajará con la "resta natural". Esta forma de restar, al igual que la adición, tiene sus raíces en la forma en que realizan dichas operaciones las personas no escolarizadas, las cuáles realizan una técnica oral como se ilustra a continuación:

395 - 271: *Trescientos noventa y cinco menos doscientos setenta y uno*
Trescientos noventa y cinco menos doscientos, ciento noventa y cinco
Ciento noventa y cinco menos setenta, ciento veinticinco
Ciento veinticinco menos uno, ciento veinticuatro.

Para el trabajo de la sustracción en el primer año escolar se sugiere trabajarla utilizando la notación desarrollada modificando la técnica oral en una técnica escrita de la siguiente forma:

56 - 32 =
 $(50 + 6) - (30 + 2) \Rightarrow$ Se expresa cada notación desarrollada.
 $(50 - 30) + (6 - 2) = \Rightarrow$ De los grupos de 10 separa los grupos de 10 y de las unidades las unidades.
 20 + 4 = \Rightarrow De la notación desarrollada se obtiene el resultado.
 24 De donde $56 - 32 = 24$.

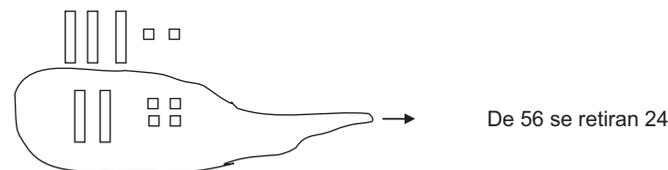
Esta forma escrita no corresponde al primer proceso por trabajar con los niños y niñas sino más bien el último, para propiciar que los estudiantes lleguen a escribir la sustracción se debe trabajar con material concreto y respetando los siguientes tres momentos donde el estudiante:

- Con la ayuda del material concreto puede dar respuesta a la sustracción propuesta.
- Es capaz de explicar como obtuvo la respuesta, verbalizando lo actuado con el material.
- Puede editar lo actuado con el material realizando los enlaces necesarios entre lo actuado con el material y lo escrito en forma simbólica.

Con la finalidad de ilustrar lo señalado en los párrafos anteriores se desarrollará un ejemplo y su evolución a través de los tres momentos señalados.

Primer momento: da respuesta con la utilización del material concreto

$$56 - 24$$

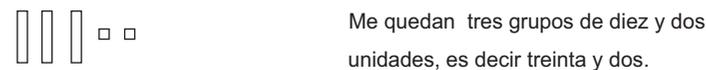
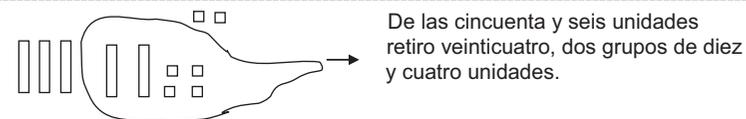
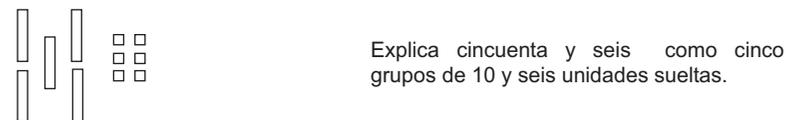


Segundo momento: se explica lo actuado, verbalización.

$$56 - 24$$

Secuencia con el material concreto

Verbalización de lo actuado



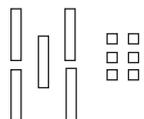
Se debe tener presente que la verbalización de lo actuado, presentado en el segundo momento, solo es una posible forma en que los niños y niñas pueden

explicar el cómo resolvieron la sustracción propuesta. Por otra parte, en este segundo momento se pueden presentar estudiantes que den respuesta correcta a la sustracción propuesta, pero se les dificulte explicar lo actuado por ellos, por lo cual el o la docente debe motivar a sus discentes para que se esfuercen por explicar con sus propias palabras, el cómo realizó la sustracción y es precisamente en este hecho donde radica la importancia de trabajar la verbalización de lo actuado.

Tercer momento: Edición de lo actuado.

56 – 24

Secuencia con el material concreto



Edición de lo actuado con el material

$$56 - 24$$

$$(50 + 6)$$



$$(50 + 6) - (20 + 4)$$

$$(50 - 20) + (6 - 4)$$



$$30 + 2$$

$$32$$

De donde $56 - 24 = 32$

Este proceso de realizar sustracciones en las que no es necesario reagrupar se ejecuta durante todo el primer año escolar y el inicio del segundo grado de la Educación General Básica. Los estudiantes pueden optar por realizar la sustracción en un forma más resumida: “Estadio Resumido” como se ilustra a continuación:

$$56 - 32 = \longrightarrow \text{Trabaja las notaciones desarrolladas de cada}$$

$$20 + 4 = \text{numeral a nivel mental, pero lo verbaliza}$$

$$24 \text{ cincuenta menos treinta es veinte.}$$

Es partir del segundo grado cuando el estudiantado se va a enfrentar a sustracciones donde es necesario reagrupar. Por eso, antes de llegar a este momento es importante que los alumnos hayan trabajado, en primer grado, en forma previa lo que se denomina “cantidades equivalentes”, para que así al enfrentarse a este tipo de sustracciones tenga alternativas para enfrentarlas con éxito.

A continuación se presenta un ejemplo de cantidades equivalentes, donde se muestra todas las maneras diferentes que pueda representar 34 unidades utilizando material concreto o semiconcreto y trabajando siempre con agrupaciones de 10.

- 34 como 3 grupos de 10 y 4 unidades
- o bien 2 grupos de 10 y 14 unidades,
- o bien 1 grupo de 10 y 24 unidades,
- o bien 34 unidades sueltas.

Con este trabajo previo el estudiante será capaz de resolver, en segundo grado, sustracciones tales como $34 - 18$ de la siguiente forma:

Obtiene la cantidad equivalente $34 = 30 + 4$

$$= (20 + 10) + 4$$

$$= 20 + (10 + 4)$$

$$= 20 + 14$$

Estadio Desarrollado

$$34 - 18 = (30 + 4) - (10 + 8)$$

$$= (20 + 14) - (10 + 8) \rightarrow \text{utiliza la cantidad}$$

$$= (20 - 10) + (14 - 8) \text{ equivalente y}$$

$$= 10 + 6 \text{ realiza la sustracción}$$

$$= 16$$

Se debe tener claro que el trabajo con el material concreto es básico, así como el trabajar los tres momentos en cada uno de los estadios. Lo desarrollado con el material concreto, es el mismo en los cuatro estadios (desarrollado, resumido, abreviado, convencional), lo que varía es la forma cada vez más resumida de escribir simbólicamente lo actuado con el material concreto.

La sustracción en segundo grado

I. ¿Cuál es el perfil de entrada?

Se espera que el niño y la niña sea capaz de realizar las sustracciones en el campo numérico del primer año escolar. Al igual que la adición las sustracciones propuestas se escriben en forma horizontal con la finalidad de trabajar con toda la cantidad.

La metodología propuesta “sustracción natural” estimuló el calculo mental y el cálculo escrito, este último tanto con estrategias propias de cálculo como utilizando el estadio desarrollado.

En el proceso de enseñanza aprendizaje utilizado en primer grado se trabajó con material concreto y respetando los tres momentos por desarrollar en cada estadio en los cuales el docente propicia que el estudiante:

- Realice la operación. Luego que la puede realizar que
- Verbalice lo actuado (es decir que explique con su propias palabras como la resolvió).

Una vez que el niño y niña es capaz de realizar la operación con el material, verbaliza lo actuado con el material está capacitado para el tercer momento

- Edita lo actuado y verbalizado.

Al terminar el primer grado se tenía como perfil de salida, con base en la metodología natural, que los estudiantes realizaran las la sustracciones en el estadio desarrollado, además de poder realizarlas por cálculo mental. En el estadio desarrollado se editaría como se muestra:

$$\begin{array}{r} 87 - 52 = \\ (80 + 7) - (50 + 2) = \\ (80 - 50) + (7 - 2) = \\ 30 + 5 = \\ 35 = \end{array}$$

La comprensión de la utilización del signo – y el signo + al editar esta operación resulta natural para los niños y niñas, si se respeta los tres momentos antes citados: hacerlo, verbalizarlo y editarlo.

Los niños y las niñas de primer grado, pueden obtener resolver sustracciones donde es necesario desagrupar (de forma formativa) ya sea por cálculo mental o bien utilizando una estrategia escrita propia, como se muestra a continuación:

$$67 - 28 = 39 \text{ (por cálculo mental)}$$

$$67 - 28 = (67 - 30) + 2 = 39 \text{ (por estrategia propia escrita).}$$

II. ¿Cuál es el énfasis de la construcción de la sustracción en este nivel?

Para este nivel, se propone como meta que los estudiantes pasen del estadio desarrollado al estadio resumido. No obstante, la principal tarea, es la construcción del concepto de desgrupación con base en nuestro sistema decimal.

A. Cómo trabajar la desgrupación dentro del marco de la metodología natural

En el primer año, se trabajó con cantidades equivalentes, trabajo que nos servirá de base para resolver el choque cognitivo que se le presente al estudiantado al tratar de resolver una sustracción donde sea necesario desagrupar. Como muestra de este trabajo, analice la siguiente actividad realizada en el primer año:

“Utilizando solo grupos de 10 unidades y unidades

¿Cómo puedo representar el número 46?

(46 = 40 + 6, 46 = 30 + 16, 46 = 20 + 26, 46 = 10 + 36)

En el material se visualiza: 4 grupos de diez y 6 unidades o 3

grupos de diez y dieciséis unidades; 2 grupos de diez y veintiséis

unidades o un grupo de diez y treinta y seis unidades,”

Con base en este trabajo con cantidades equivalentes se le puede proponer a los estudiantes una sustracción donde para realizarla conforme a la metodología natural se requiera de obtener una cantidad equivalente con la cual se pueda realizar la operación propuesta en forma casi directa.

Por ejemplo: 42 - 14 (Estadio Desarrollado).

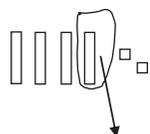
a) Primer momento: Secuencia con el Material Concreto 42 - 14

De donde $42 - 14 = 28$

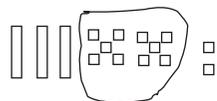
b) Segundo momento

Secuencia con el Material Concreto

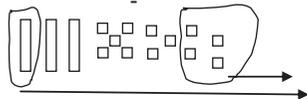
Verbalización de lo actuado



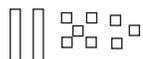
Cuarenta y dos menos catorce. Explica Cuarenta y dos como cuatro grupos de diez y dos unidades. Como no puedo quitar catorce directamente, obtengo una cantidad equivalente reagrupando un grupo de diez en 10 unidades



Obtengo 3 grupos de diez (treinta) y doce unidades. De la cual si puedo retirar 14 unidades



Retiro o separo 14 unidades es decir un grupo de diez y cuatro unidades.



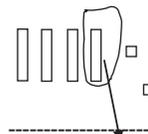
Después de quitar 14 de 42 obtengo veintiocho.

De donde $42 - 14 = 28$

c) Tercer momento

Secuencia con el Material Concreto

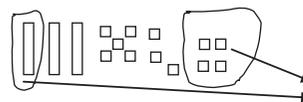
Edición de lo actuado con el material



$$\begin{aligned} 42 &= \\ 40 + 2 &= \\ (30 + 10) + 2 &= \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 30 + (10+2) &= \\ (30 + 12) &= \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (30 + 12) - (10+4) &= \\ (30 - 10) + (12 - 4) &= \\ 20 + 8 &= \end{aligned}$$



28

De donde $42 - 14 = 28$

Resumiendo el proceso anterior se puede plasmar la edición de las sustracciones donde es necesario reagrupar (según las características de nuestro sistema decimal) en el **estadio desarrollado** de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 653 &- 235 &= & \text{Cantidad equivalente} \\ (600 + 40 + 13) - (200 + 30 + 5) &= & 653 = 600 + 50 + 3 \\ (600 - 200) + (40 - 30) + (13 - 5) &= & = 600 + (40 + 10) + 3 \\ 400 + 10 + 8 &= & = 600 + 40 + (10+3) \\ & & = 600 + 40 + 13 \end{aligned}$$

B. ¿Cómo realizar la transición del estadio desarrollado al estadio resumido?

El cambio del estadio desarrollado al estadio resumido surge como una necesidad, de cada uno de los estudiantes, por escribir cada vez menos en el proceso que siguen para realizar la sustracción propuesta.

B.1 Caso donde no es necesario reagrupar

Estadio desarrollado	Transición	Resumido (Perfil de salida)																																																																											
$974 - 543 =$ $(900 + 70 + 4) - (500 + 40 + 3) =$ $(900 - 500) + (70 - 40) + (4-3) =$ $400 + 30 + 1 =$ 431	$974 - 543 =$ $(900 - 500) + (70 - 40) + (4-3) =$ $400 + 30 + 1 =$ 431	$974 - 543 =$ $400 + 30 + 1 =$ 431																																																																											
Transición al estadio Abreviado (se trabaja con toda la cantidad)																																																																													
$\begin{array}{r} 9\ 657 \\ - 5\ 126 \\ \hline 4\ 000 \\ 500 \\ 30 \\ + \underline{1} \\ 4\ 531 \end{array}$		$\begin{array}{r} 9\ 657 \\ - 5\ 126 \\ \hline 1 \\ 30 \\ 500 \\ + 4\ 000 \\ \hline 4\ 531 \end{array}$																																																																											
Estadio Abreviado (se trabaja con los valores posicionales)																																																																													
<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>-</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6		4						5						3		+				1		4	5	3	1		<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>-</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>5</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6					1			5	3		+	4					4	5	3	1
	1000	100	10	1																																																																									
-	9	6	5	7																																																																									
	5	1	2	6																																																																									
	4																																																																												
		5																																																																											
			3																																																																										
+				1																																																																									
	4	5	3	1																																																																									
	1000	100	10	1																																																																									
-	9	6	5	7																																																																									
	5	1	2	6																																																																									
				1																																																																									
		5	3																																																																										
+	4																																																																												
	4	5	3	1																																																																									
Estadio Abreviado		Estadio Convencional																																																																											
$\begin{array}{r} 9\ 657 \\ - 5\ 126 \\ \hline 1 \\ 3 \\ 5 \\ + 4 \\ \hline 4\ 531 \end{array}$		$\begin{array}{r} 9\ 657 \\ - 5\ 126 \\ \hline 4\ 531 \end{array}$ Requiere de mucha verbalización.																																																																											

B.2 Caso donde si es necesario reagrupar (requiere obtener cantidad equivalente)

Estadio desarrollado	Transición	Resumido (Perfil de salida)
$758 - 496 =$ $(600 + 150 + 8) - (400 + 90 + 6) =$ $(600 - 400) + (150 - 90) + (8-6) =$ $200 + 60 + 2 =$ 262	$758 - 496 =$ $(600 - 400) + (150 - 90) + (8-6) =$ $200 + 60 + 2 =$ 262	$758 - 496 =$ $(600 + 150 + 8) - 496 =$ $200 + 60 + 2 =$ 262

Independiente del estadio en que se encuentre se debe determinar lo que denominamos cantidad equivalente.



Cantidad equivalente
 $758 = 700 + 50 + 8$
 $= (600 + 100) + 50 + 8$
 $= 600 + (100 + 50) + 8$
 $= 600 + 150 + 8$

La sustracción en el tercer grado escolar

I. ¿Cuál es el perfil de entrada?

Se espera que el niño y la niña sea capaz de realizar las sustracciones, cuyas cantidades pertenezcan al campo numérico del nivel. Al realizar estas sustracciones el estudiantado opera con toda la cantidad y no en forma posicional. Las operaciones las trabajan en forma horizontal; para realizar las operaciones los estudiantes pueden realizarlas por cálculo mental, estrategias propias escritas y el estadio Resumido propuesto en la metodología "natural".

En el proceso de construcción de la operación sustracción, en el segundo año, se trabajó con material concreto al inicio del curso lectivo (paletas, semillas, fichas, bolsas, ligas etc.) y con material semiconcreto: los bloques multibase o la moneda Nacional al final del curso. Se continuó con los tres momentos propuestos en la metodología natural para cada estadio; en estos momentos el estudiante primero:

a) Realiza la operación: Cuando ya es capaz de dar respuesta entonces

- b) Verbaliza lo actuado (explica con sus propias palabras como resolvió la operación). Una vez que el niño y niña es capaz de realizar la operación con el material, verbaliza lo actuado con el material está capacitado para el tercer momento
- c) Edita lo actuado y verbalizado.

A modo de ejemplo analicemos como terminó, el niño y la niña de segundo grado, editando las sustracciones propuestas, con base en la metodología natural, por ejemplo:

A. Sin reagrupar

$$\begin{array}{r} 859 - 234 = \\ 600 + 20 + 5 = \\ 698 \end{array}$$

B. Reagrupando

En este caso se busca primero la cantidad equivalente, con la cual se puede restar directamente

$$\begin{array}{r} 746 - 384 = \\ (600 + 140 + 6) - 384 \\ 300 + 60 + 2 = \\ 362 \end{array}$$

<p>Cantidad Equivalente</p> $\begin{array}{l} 746 = 700 + 40 + 6 \\ = (600 + 100) + 40 + 6 \\ = 600 + 140 + 6 \end{array}$

También se continúa resolviendo operaciones utilizando el cálculo mental o estrategia propia escrita, tal como:

$$\begin{array}{r} 856 - 460 = \\ (860 - 460) - 4 = \\ 396 \end{array}$$

¿Cuál es el énfasis de la construcción de la sustracción en este nivel?

En el tercer año escolar se espera que los estudiantes pasen del estadio resumido al estadio abreviado. Por lo tanto, el énfasis de la construcción de la sustracción, en este nivel, está en la construcción del concepto de valor posicional.

A. ¿Cómo trabajar el valor posicional dentro del marco de la metodología natural?

Desde el primer grado escolar se viene preparando el terreno para la adquisición del concepto de valor posicional, de hecho se podría afirmar que dicho concepto lo dominan de manera intuitiva los estudiantes que han venido trabajando en este proceso de las operaciones fundamentales con base en la metodología denominada "natural". De hecho el estudiantado ha trabajado desde el primer año y en el segundo año con:

- Las pautas verbales al comunicar cantidades.
- Lectura y escritura de números
- Sumar y restar mentalmente (cálculo mental)
- La idea de agrupamiento (como grupos de 1, grupos de 10, grupos de 100)
- Ordenación (saben diferenciar 135 de 351)
- Potencias de 10 (como grupos de 1, grupos de 10, grupos de 100)
- Estimación y aproximación (muy ligado al cálculo mental)
- Composición y descomposición de cantidades (en la construcción operativa de cada número y también bajo el término de cantidades equivalentes).

No obstante, es en este nivel del tercer año donde el niño y la niña van a pasar de esta comprensión instrumental del concepto de valor posicional a una comprensión relacional del mismo. Para profundizar sobre el valor posicional y el trabajo propuesto en el tercer año se recomienda la lectura e implementación del documento elaborado por esta asesoría denominado **"Fases del valor posicional o relativo"**

B. ¿Cómo realizar la transición del estadio resumido al estadio abreviado?

El cambio del estadio resumido al estadio abreviado, si se ha trabajado previamente el concepto de valor posicional, resultará muy accesible para el estudiantado; por lo cuál es de vital importancia que el estudiantado tenga dominio del valor posicional antes de iniciar a escribir el proceso mental con el que se realiza la operación utilizando solo los valores posicionales de cada uno de los dígitos o cifras de los numerales involucrados en dicha operación.

Mientras en los primeros períodos el estudiante construye el concepto de valor posicional se puede estar trabajando la transición del estadio resumido al estadio abreviado; para lo cual se trabaja con toda la cantidad, con la diferencia que se trabaja en forma vertical, como se ejemplifica a continuación:

B.1 Caso donde no es necesario reagrupar

Estadio Resumido	Transición (se trabaja con toda la cantidad)	
$9\ 657 - 5\ 126 =$ $4000 + 500 + 30 + 1 =$ 4531	$\begin{array}{r} 9\ 657 \\ - 5\ 126 \\ \hline 4\ 000 \\ 500 \\ 30 \\ + 1 \\ \hline 4\ 531 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9\ 657 \\ - 5\ 126 \\ \hline 4\ 000 \\ 30 \\ 500 \\ + 4\ 000 \\ \hline 4\ 531 \end{array}$

Transición (se trabaja con toda la cantidad pero se hace referencia a los valores posicionales)																																																																																	
<table border="1"> <tr><td></td><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>-</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6		4	0	0	0			5	0	0				3	0	+				1		4	5	3	1	<table border="1"> <tr><td></td><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>-</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>+</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6					1				3	0			5	0	0	+	4	0	0	0		4	5	3	1
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
	4	0	0	0																																																																													
		5	0	0																																																																													
			3	0																																																																													
+				1																																																																													
	4	5	3	1																																																																													
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
				1																																																																													
			3	0																																																																													
		5	0	0																																																																													
+	4	0	0	0																																																																													
	4	5	3	1																																																																													

Estadio Abreviado (se trabaja con los valores posicionales)																																																																																	
<table border="1"> <tr><td></td><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>-</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6		4						5						3		+				1		4	5	3	1	<table border="1"> <tr><td></td><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>-</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6					1				3				5			+	4					4	5	3	1
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
	4																																																																																
		5																																																																															
			3																																																																														
+				1																																																																													
	4	5	3	1																																																																													
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
				1																																																																													
			3																																																																														
		5																																																																															
+	4																																																																																
	4	5	3	1																																																																													

Se finaliza el estadio abreviado sin la necesidad de recurrir al encasillado, para lo cual el niño y la niña, trabajan con las posiciones de los dígitos según su valor posicional.

$$\begin{array}{r} 9\ 6\ 5\ 7 \\ - 5\ 1\ 2\ 6 \\ \hline 3 \\ 5 \\ + 4 \\ \hline 4\ 5\ 3\ 1 \end{array}$$

B.2 Caso donde si es necesario reagrupar

$8\ 359 - 2\ 523 =$

Para realizar esta operación, dentro de la perspectiva de la metodología y el algoritmo convencional, es necesario encontrar una cantidad equivalente, de la cual se pueda realizar la sustracción en forma directa.

La cantidad equivalente se debe determinar, cuando es necesario reagrupar, independientemente del estadio en que se encuentre el estudiante.

Cantidad Equivalente	Estadio Resumido
$8\ 359 = 8000 + 300 + 50 + 9$ $= (7000 + 1000) + 300 + 50 + 9$ $= 7000 + (1000 + 300) + 50 + 9$ $= 7000 + 1300 + 50 + 9$	$8\ 359 - 2\ 523 =$ $(7000 + 1300 + 50 + 9) - 2523 =$ $5000 + 800 + 30 + 6 =$ 5836

Transición																																																																																																	
(se trabaja con toda la cantidad pero se hace referencia a los valores posicionales)																																																																																																	
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td> </td><td>8</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>+</td><td> </td><td> </td><td>6</td></tr> <tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2					1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2	5	0	0	0						8	3	0					+			6	5	8	3	6	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>+</td><td>5</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2					1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6					+	5	8	0	5	8	3	6
1000	100	10	1																																																																																														
8	3	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
1000	100	10	1																																																																																														
7	13	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
5	0	0	0																																																																																														
	8	3	0																																																																																														
+			6																																																																																														
5	8	3	6																																																																																														
1000	100	10	1																																																																																														
8	3	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
1000	100	10	1																																																																																														
7	13	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
		3	6																																																																																														
+	5	8	0																																																																																														
5	8	3	6																																																																																														

Transición																																																																																																	
(se trabaja con los valores posicionales)																																																																																																	
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td> </td><td>8</td><td>3</td><td> </td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>+</td><td> </td><td> </td><td>6</td></tr> <tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2					1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2	5									8	3						+			6	5	8	3	6	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>+</td><td>5</td><td>8</td><td> </td></tr> <tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2					1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6					+	5	8		5	8	3	6
1000	100	10	1																																																																																														
8	3	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
1000	100	10	1																																																																																														
7	13	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
5																																																																																																	
	8	3																																																																																															
+			6																																																																																														
5	8	3	6																																																																																														
1000	100	10	1																																																																																														
8	3	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
1000	100	10	1																																																																																														
7	13	5	9																																																																																														
-	2	5	2																																																																																														
		3	6																																																																																														
+	5	8																																																																																															
5	8	3	6																																																																																														

Se debe tener presente que, para no mecanizar el proceso que trae el estudiante, es deseable que se continúe realizando algunas de las operaciones propuestas utilizando material de apoyo (en este nivel semiconcreto); pero también es deseable que algunas operaciones se puedan resolver directamente prescindiendo del material. Independientemente de cómo las realicen sigue teniendo vital importancia el verbalizar lo actuado y editarlo en consecuencia.

Analice el siguiente ejemplo, que ilustra el tercer momento: 256- 118

Secuencia con el Material Concreto

Edición de lo actuado y verbalizado

100	10	1
2	5	6
-	1	1
1	1	8

100	10	1
2	4	16
-	1	1
1	1	8

100	10	1
2	4	16
-	1	1
1	3	0
+	1	0
1	3	8

La sustracción en el cuarto grado escolar

¿Cuál es el perfil de entrada?

Se espera que el niño y la niña sea capaz de realizar las sustracciones, cuyas cantidades pertenezcan al campo numérico del nivel. Al realizar estas sustracciones el estudiantado opera en forma posicional. Las operaciones las trabajan en forma vertical; para realizar las operaciones los estudiantes pueden realizarlas por cálculo mental, estrategias propias escritas y el estadio Abreviado propuesto en la metodología "natural".

En el proceso de construcción de la operación sustracción, en el tercer año, se trabajó con material semiconcreto: los bloques multibase o la moneda Nacional o código de color al final del curso. Se continuó con los tres momentos propuestos en la metodología natural para cada estadio; en estos momentos el estudiante:

- Realiza la operación: Cuando ya es capaz de dar respuesta entonces
- Verbaliza lo actuado (explica con sus propias palabras).
- Edita lo actuado y verbalizado.

¿Cuál es el énfasis de la construcción de la sustracción en este nivel?

En el cuarto año escolar se espera que los estudiantes pasen del estadio abreviado al estadio convencional o estándar. Por lo tanto, el énfasis de la construcción de la sustracción, en este nivel, está en la comprensión relacional del algoritmo convencional.

Sigue siendo de vital importancia el trabajo con el valor posicional y las cantidades equivalentes, pues el estudiante no escribirá todo el proceso que realiza para resolver la operación pero será capaz de justificar cada cifra o dígito utilizada dentro del algoritmo.

B. ¿Cómo realizar la transición del estadio resumido al estadio abreviado?

El cambio del estadio abreviado al estadio convencional, se debe realizar en forma paulatina, trabajando en algunos momentos con toda la cantidad, otras con grupos y en otras con el valor posicional y procurando que los niños y niñas establezcan la justificación relacional del algoritmo, es decir puedan decir con sus propias palabras el cómo realizan la operación y el por qué de cada acción realizada por el o ella

A continuación se muestra una secuencia de esta transición, para tratar de ejemplificar el proceso, que puede ser propiciado por el o la docente con sus estudiantes:

B.1 Caso donde no es necesario reagrupar

Estadio Abreviado(transición)																																																																																	
(se trabaja con toda la cantidad pero se hace referencia a los valores posicionales)																																																																																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>5</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6		4	0	0	0			5	0	0				3	0	+				1		4	5	3	1	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>5</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6					1				3	0			5	0	0	+	4	0	0	0		4	5	3	1
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
	4	0	0	0																																																																													
		5	0	0																																																																													
			3	0																																																																													
+				1																																																																													
	4	5	3	1																																																																													
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
				1																																																																													
			3	0																																																																													
		5	0	0																																																																													
+	4	0	0	0																																																																													
	4	5	3	1																																																																													

Estadio Abreviado																																																																																	
(se trabaja con los valores posicionales)																																																																																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6		4						5						3		+				1		4	5	3	1	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1000</th> <th>100</th> <th>10</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		1000	100	10	1	-	9	6	5	7		5	1	2	6					1				3				5			+	4					4	5	3	1
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
	4																																																																																
		5																																																																															
			3																																																																														
+				1																																																																													
	4	5	3	1																																																																													
	1000	100	10	1																																																																													
-	9	6	5	7																																																																													
	5	1	2	6																																																																													
				1																																																																													
			3																																																																														
		5																																																																															
+	4																																																																																
	4	5	3	1																																																																													

Estadio convencional (se trabaja con los valores posicionales)																													
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> <tr><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td>- 5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>	1000	100	10	1	9	6	5	7	- 5	1	2	6	4	5	3	1	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td>-</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>	9	6	5	7	-	5	1	2	4	5	3	1
1000	100	10	1																										
9	6	5	7																										
- 5	1	2	6																										
4	5	3	1																										
9	6	5	7																										
-	5	1	2																										
4	5	3	1																										

B.2 Caso donde si es necesario reagrupar o desagrupar: $8\ 359 - 2\ 523$

Para esta operación, dentro del enfoque de la metodología y el algoritmo convencional, es necesario encontrar una cantidad equivalente, de la cual se pueda realizar la sustracción en forma directa. La cantidad equivalente se debe determinar, cuando es necesario reagrupar, independientemente del estadio en que se encuentre el estudiante.

Cantidad Equivalente
$ \begin{aligned} 8\ 359 &= 8000 + 300 + 50 + 9 \\ &= (7000 + 1000) + 300 + 50 + 9 \\ &= 7000 + (1000 + 300) + 50 + 9 \\ &= 7000 + 1300 + 50 + 9 \end{aligned} $

Estadio Abreviado (se trabaja con los valores posicionales)																																																																																									
<table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>8</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table></td></tr> <tr><td>+</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table></td></tr> </table>	-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3	-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>8</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table>	5					8					3		+	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6	<table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr></table></td></tr> <tr><td>+</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table></td></tr> </table>	-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3	-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr></table>			3	6	+	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3																																																																												
1000	100	10	1																																																																																						
8	3	5	9																																																																																						
2	5	2	3																																																																																						
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3																																																																												
1000	100	10	1																																																																																						
7	13	5	9																																																																																						
2	5	2	3																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>8</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table>	5					8					3																																																																													
5																																																																																									
	8																																																																																								
		3																																																																																							
+	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6																																																																																				
5	8	3	6																																																																																						
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3																																																																												
1000	100	10	1																																																																																						
8	3	5	9																																																																																						
2	5	2	3																																																																																						
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3																																																																												
1000	100	10	1																																																																																						
7	13	5	9																																																																																						
2	5	2	3																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr></table>			3	6																																																																																				
		3	6																																																																																						
+	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6																																																																																				
5	8	3	6																																																																																						

Transición (se trabaja con toda la cantidad para obtener la cantidad equivalente)																																																																																																																									
<table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr></table></td></tr> </table> <p>$8\ 000 = 7000 + 1000$</p> <table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr></table></td></tr> </table> <table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table></td></tr> </table>	-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr></table>		3	6		-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr></table>		3	6		-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6	<table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table></td></tr> </table> <p>$8\ 000 = 7000 + 1000$</p> <table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table></td></tr> </table> <table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> <tr><td></td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table></td></tr> </table>	-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table>		6			-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table>		6			-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3																																																																																																												
1000	100	10	1																																																																																																																						
8	3	5	9																																																																																																																						
2	5	2	3																																																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr></table>		3	6																																																																																																																					
	3	6																																																																																																																							
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3																																																																																																												
1000	100	10	1																																																																																																																						
7	13	5	9																																																																																																																						
2	5	2	3																																																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr></table>		3	6																																																																																																																					
	3	6																																																																																																																							
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3																																																																																																												
1000	100	10	1																																																																																																																						
7	13	5	9																																																																																																																						
2	5	2	3																																																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6																																																																																																																				
5	8	3	6																																																																																																																						
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3																																																																																																												
1000	100	10	1																																																																																																																						
8	3	5	9																																																																																																																						
2	5	2	3																																																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table>		6																																																																																																																						
	6																																																																																																																								
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3																																																																																																												
1000	100	10	1																																																																																																																						
7	13	5	9																																																																																																																						
2	5	2	3																																																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table>		6																																																																																																																						
	6																																																																																																																								
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3																																																																																																												
1000	100	10	1																																																																																																																						
7	13	5	9																																																																																																																						
2	5	2	3																																																																																																																						
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	5	8	3	6																																																																																																																				
5	8	3	6																																																																																																																						

Es importante que, los niños y niñas, vayan estableciendo la relación entre la cantidad equivalente (desarrollada) y la forma de obtenerla en esta transición hacia el algoritmo convencional, es decir:

Relación para obtener la "Cantidad Equivalente"															
$ \begin{aligned} 8\ 359 &= 8000 + 300 + 50 + 9 \\ &= (7000 + 1000) + 300 + 50 + 9 \\ &= 7000 + (1000 + 300) + 50 + 9 \\ &= 7000 + 1300 + 50 + 9 \end{aligned} $	<p>$8\ 000 = 7000 + 1000$</p> <table style="width: 100%;"> <tr><td>-</td><td><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table></td></tr> </table>	-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3
-	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"><tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr><tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3		
1000	100	10	1												
7	13	5	9												
2	5	2	3												

Transición (se trabaja con valor posicional para obtener la cantidad equivalente)																																									
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2			3	6	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2			3	6								
1000	100	10	1																																						
8	3	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
1000	100	10	1																																						
8	3	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
<p>8 grupos de mil es 7 grupos de mil + 10 grupos de cien</p>	<p>8 grupos de mil es 7 grupos de mil + 10 grupos de cien</p>																																								
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6								
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>8</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2		5	8	3			6		<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>8</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2		5	8	3			6	
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
	5	8	3																																						
		6																																							
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
	5	8	3																																						
		6																																							

Al igual que en el caso de la página precedente, se debe propiciar que los estudiantes establezcan la relación entre la cantidad equivalente (desarrollada) y la cantidad equivalente en la transición al estadio convencional.

Relación para obtener la "Cantidad Equivalente"																	
$ \begin{aligned} 8\ 359 &= 8000 + 300 + 50 + 9 \\ &= (7000 + 1000) + 300 + 50 + 9 \\ &= 7000 + (1000 + 300) + 50 + 9 \\ &= \mathbf{7000 + 1300 + 50 + 9} \end{aligned} $	<p>8 grupos de mil es 7 grupos de mil + 10 grupos de cien</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6
1000	100	10	1														
7	13	5	9														
-	2	5	2														
		3	6														

Para la transición, al obtener la cantidad equivalente, se trabaja con el nombre de la posición que ocupan los dígitos, haciendo referencia a lo actuado con el material semiconcreto utilizado. Analice el siguiente ejemplo:

Transición																																									
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2			3	6	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	8	3	5	9	-	2	5	2			3	6								
1000	100	10	1																																						
8	3	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
1000	100	10	1																																						
8	3	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
<p>8 um equivale a 7 um y 10 c</p>	<p>8 um equivale a 7 um y 10 c</p>																																								
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6								
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
		3	6																																						
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>8</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2		5	8	3			6		<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>8</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2		5	8	3			6	
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
	5	8	3																																						
		6																																							
1000	100	10	1																																						
7	13	5	9																																						
-	2	5	2																																						
	5	8	3																																						
		6																																							

Al igual que en los casos anteriores se debe propiciar:

Relación para obtener la "Cantidad Equivalente"																	
$ \begin{aligned} 8\ 359 &= 8000 + 300 + 50 + 9 \\ &= (7000 + 1000) + 300 + 50 + 9 \\ &= 7000 + (1000 + 300) + 50 + 9 \\ &= \mathbf{7000 + 1300 + 50 + 9} \end{aligned} $	<p>8 um equivale a 7 um y 10 c</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>-</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	-	2	5	2			3	6
1000	100	10	1														
7	13	5	9														
-	2	5	2														
		3	6														

Transición (se trabaja con valor posicional para obtener la cantidad equivalente)																	
$\begin{array}{r} 7 \quad 13 \\ \hline \cancel{8} \quad \cancel{5} \quad 5 \quad 9 \\ - \quad 2 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 8 \quad 3 \quad 6 \end{array}$ <p>8 grupos de mil es 7 grupos de mil + 10 grupos de cien</p>	<table border="1"> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td colspan="4" style="text-align: center;">6</td></tr> </table> <p>8 grupos de mil es 7 grupos de mil + 10 grupos de cien</p>	1000	100	10	1	8	3	5	9	2	5	2	3	6			
1000	100	10	1														
8	3	5	9														
2	5	2	3														
6																	
$\begin{array}{r} 7 \quad 13 \\ \hline \cancel{8} \quad \cancel{5} \quad 5 \quad 9 \\ - \quad 2 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 8 \quad 3 \quad 6 \end{array}$	<table border="1"> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td colspan="4" style="text-align: center;">6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3	6			
1000	100	10	1														
7	13	5	9														
2	5	2	3														
6																	
$\begin{array}{r} 7 \quad 13 \\ \hline \cancel{8} \quad \cancel{5} \quad 5 \quad 9 \\ - \quad 2 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 8 \quad 3 \quad 6 \end{array}$	<table border="1"> <tr><th>1000</th><th>100</th><th>10</th><th>1</th></tr> <tr><td>7</td><td>13</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td colspan="4" style="text-align: center;">6</td></tr> </table>	1000	100	10	1	7	13	5	9	2	5	2	3	6			
1000	100	10	1														
7	13	5	9														
2	5	2	3														
6																	
$\begin{array}{r} 7 \\ \hline \cancel{8} \quad 13 \quad 5 \quad 9 \\ - \quad 2 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 8 \quad 3 \quad 6 \end{array}$																	
$\begin{array}{r} 7 \\ \hline \cancel{8} \quad 13 \quad 5 \quad 9 \\ - \quad 2 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 8 \quad 3 \quad 6 \end{array}$																	

Se debe tener presente que, para no mecanizar el proceso que trae el estudiante, es deseable que se continúe realizando algunas de las operaciones propuestas utilizando material de apoyo (en este nivel semiconcreto); pero también es deseable que algunas operaciones se puedan resolver directamente prescindiendo del material. Independientemente de cómo las realicen sigue teniendo vital importancia el verbalizar lo actuado y editarlo en consecuencia.

Para analizar el enlace entre lo actuado y verbalizado con la edición del proceso, analice el siguiente ejemplo, que ilustra el tercer momento de la transición al estado convencional, es decir, cuando el estudiantado comienza a editar:

Secuencia con el Material Concreto

Edición de lo actuado y verbalizado

The diagram illustrates the transition from concrete material to conventional editing through three stages:

- Stage 1:** Shows a 1000 grid, a 100 grid, and rods representing 10 and 1. A 1000 rod is circled, with an arrow pointing to the '1000' column in the table below.
- Stage 2:** Shows two 1000 grids, a 100 grid, and rods. A 1000 rod is circled, with an arrow pointing to the '1000' column in the table below.
- Stage 3:** Shows a 1000 grid, a 100 grid, and rods. A 1000 rod is circled, with an arrow pointing to the '1000' column in the table below.

The tables shown are:

$$\begin{array}{r} 100 \quad 10 \quad 1 \\ - \quad 2 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 8 \end{array}$$

$$256 = 200 + (40 + 10) + 6$$

$$= 200 + 40 + (10 + 6)$$

$$= 200 + 40 + 16$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad 10 \quad 1 \\ - \quad 2 \quad 4 \quad 16 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad 10 \quad 1 \\ - \quad 2 \quad 4 \quad 16 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad 10 \quad 1 \\ - \quad 2 \quad 4 \quad 16 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 8 \end{array}$$

Analice el mismo ejemplo, que ilustra el perfil de salida, en cuanto al proceso de escritura se refiere, del estudiantado de cuarto nivel:

Secuencia con el Material Concreto

Edición de lo actuado y verbalizado

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 5 \quad 6 \\
 - 1 \quad 1 \quad 8 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 4 \quad 16 \\
 - 1 \quad 1 \quad 8 \\
 \hline
 \end{array}$$

□ □ □
□ □ □

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 4 \quad 16 \\
 - 1 \quad 1 \quad 8 \\
 \hline
 1 \quad 3 \quad 8
 \end{array}$$

El estudiante debe realizar sustracciones donde:

- no es necesario reagrupar o desagrupar y
- si es necesario desagrupar o reagrupar: en una posición, en dos posiciones, entre otras.

La multiplicación en segundo grado



Para el estudio de la multiplicación en el segundo año escolar es de vital importancia tener presente los siguientes aspectos:

- Se debe iniciar con Situaciones de la vida cotidiana, en las que los niños y niñas utilicen sus conocimientos previos sobre la adición, toman conciencia de que dichas sumas, tienen la particularidad, que tienen igual los sumandos, y a partir de ahí introducen el término veces como una forma de resumir dichas sumas.
- Reforzar este trabajo con expresiones verbales que involucren el concepto de multiplicación y que los estudiantes puedan resolver de las siguientes formas:

- Cálculo Mental
- Material Concreto
- Material gráfico

Es importante señalar, que al igual que la adición y la sustracción, se deben respetar los siguientes tres momentos: Primero, que el niño y la niña realicen la operación; segundo que el verbalice lo actuado y por último que edite lo realizado y verbalizado.

En el trabajo con material concreto y gráfico se utilizan:

➤ Las constelaciones en forma libre



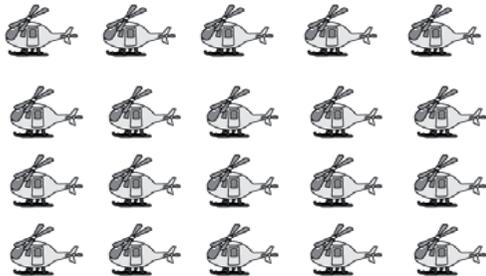
Editando

$$6 + 6 + 6 = 18$$

$$3 \text{ veces } 6 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

➤ Los arreglos rectangulares



Editando

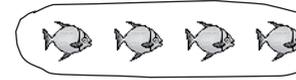
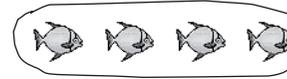
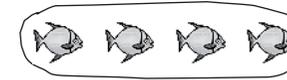
$$4 \text{ veces } 5 = 20$$

$$5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

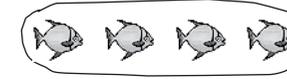
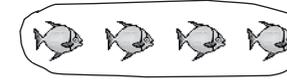
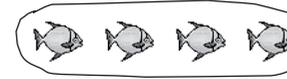
$$4 \times 5 = 20$$

- Construcción operativa de las tablas del 1 al 10 (totales menores que 30)

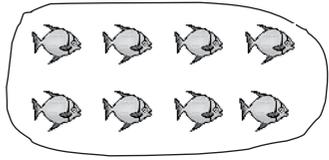
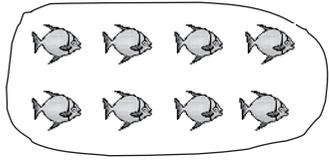
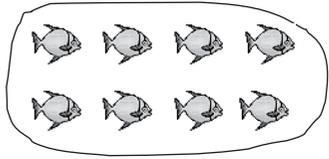
Es deseable que el niño y niña tengan varias formas para obtener un producto y no tan solo cuente con el de sumas de igual sumando o el de saber de memoria la tabla requerida. Para ello es necesario propiciar que los estudiantes al trabajar con material concreto vayan determinando por ejemplo que 7×4 él o ella lo puede visualizar de varias formas, por ejemplo:



$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28$$



Para obtener cualquier producto se puede realizar formando grupos de dos veces lo que indica el segundo factor, por ejemplo en el caso que nos ocupa dos veces cuatro, como se ilustra a continuación:

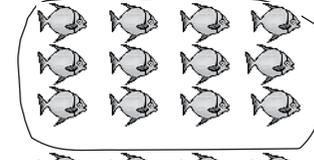
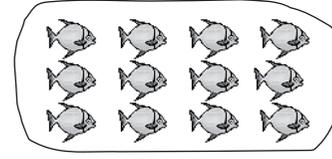


$$2 \times 4 + 2 \times 4 + 2 \times 4 + 4 = 28$$

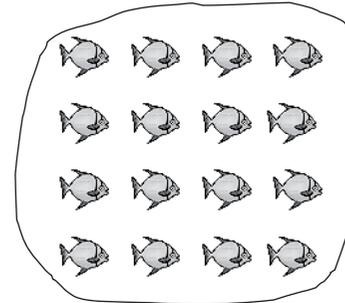
$$8 + 8 + 8 + 4 = 28$$

Cada tabla construida puede ser utilizada para obtener cualquier producto que se nos proponga, la idea es que el estudiantado vivencia esta construcción operativa de las tablas de multiplicar y busque cada vez formas más eficientes de calcular el producto propuestos.

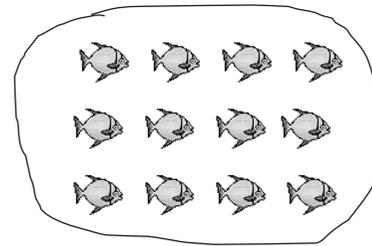
Analice como llegar hasta 7×8 utilizando la construcción operativa de las tablas

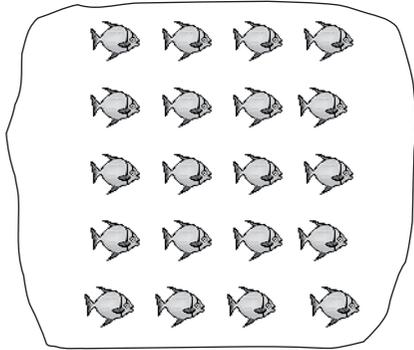


$$3 \times 4 + 3 \times 4 + 4 = 28$$
$$12 + 12 + 4 = 28$$

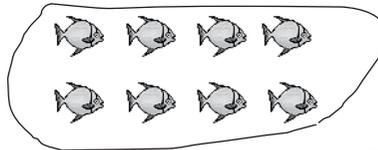


$$4 \times 4 + 3 \times 4 = 28$$
$$16 + 12 = 28$$

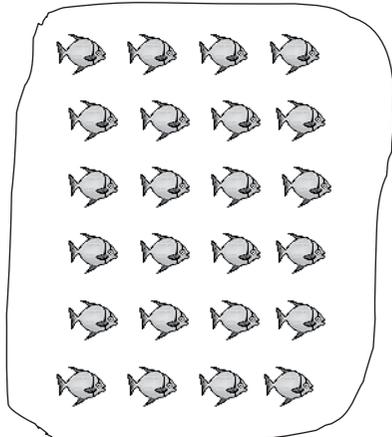




$$5 \times 4 + 2 \times 4 = 28$$

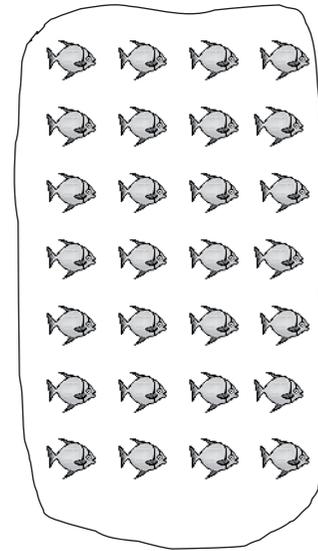


$$20 + 8 = 28$$



$$6 \times 4 + 1 \times 4 = 28$$

$$24 + 4 = 28$$

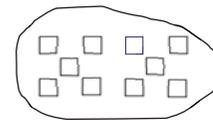


$$7 \times 4 = 28$$

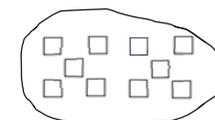
- Construcción operativa del producto de realizar $n \times 10$ con $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

Ejemplo 3×10

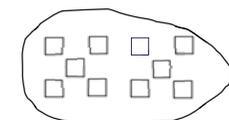
Trabajo de unidad por unidad



$$10 + 10 + 10 = 30,$$



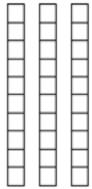
$$3 \text{ veces } 10 = 30$$



$$3 \times 10 = 30$$

Trabajo de grupos de 10 en grupos de 10

$$10 + 10 + 10 = 30$$



$$10 + 10 + 10 = 30$$

$$3 \text{ veces } 10 = 30$$

$$3 \times 10 = 30$$

Este trabajo es básico para la construcción operativa del algoritmo convencional de la multiplicación en particular para multiplicar un dígito por uno de dos dígitos.

Iniciar con la construcción operativa del algoritmo convencional para la multiplicación a partir del estadio desarrollado.

Se pretende que a finales del segundo año el niño además de dominar muy bien los productos de dígito por dígito con producto menor que 30 y los productos de un dígito por decenas netas sea capaz de realizar operaciones como las siguientes:

$$2 \times 13 =$$

$$2 \times (10 + 3) = \rightarrow \text{Se expresa el segundo factor en su notación desarrollada.}$$

$$2 \times 10 + 2 \times 3 = \rightarrow \text{Se agrupa los grupos de diez y las unidades}$$

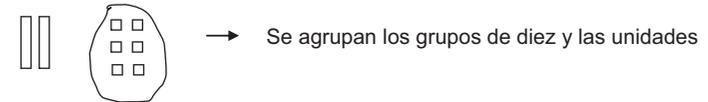
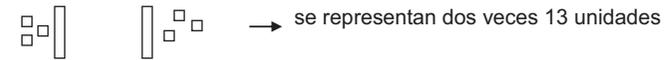
$$20 + 6 = \rightarrow \text{De la notación desarrollada se obtiene el resultado.}$$

$$26 \quad \text{De donde } 2 \times 13 = 26.$$

Para esto se deben seguir los tres momentos antes indicados

Primer momento: da respuesta con la utilización del material concreto

$$2 \times 13$$

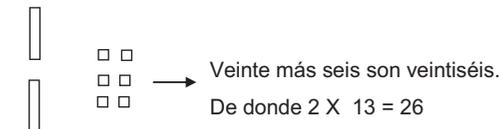
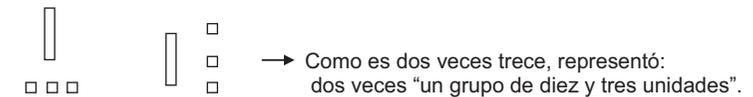


Segundo momento: se explica lo actuado, verbalización. 2×13

Secuencia con el material concreto

Verbalización de lo actuado

$$2 \times 13$$



Se debe tener presente que la verbalización de lo actuado, presentado en el segundo momento, solo es una posible forma en que los niños y niñas pueden explicar el cómo resolvieron la multiplicación propuesta.

Por otra parte, en este segundo momento se pueden presentar estudiantes que den respuesta correcta a la multiplicación propuesta, pero se les dificulte explicar lo actuado por ellos, por lo cual el o la docente debe motivar a sus discentes para que se esfuercen por explicar con sus propias palabras, el cómo realizó la operación y es precisamente en este hecho donde radica la importancia de trabajar la verbalización de lo actuado.

Tercer momento: Edición de lo actuado: 2×13

Con el material

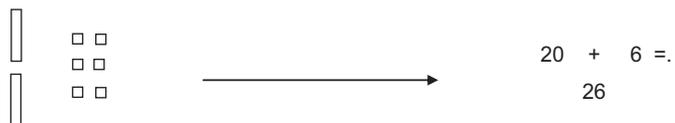
Lo editado



$$2 \times (10 + 3) =$$



$$(2 \times 10) + (2 \times 3) =$$



$$20 + 6 = 26$$

De donde $2 \times 13 = 26$

Situaciones de la vida cotidiana

- Hay un árbol con cuatro ramas, si en cada rama hay cinco naranjas, ¿Cuántas naranjas hay en total?
- Mariaelena tiene tres blusas, si cada una de las blusas tiene 7 botones. ¿Cuántos botones, en total, tienen las tres blusas?
- Si cada uno de mis zapatos tiene ocho agujeros para el cordón. ¿Cuántos agujeros, para los cordones, tengo en mi par de Zapatos?
Mi mamá tiene cuatro floreros, si hoy por la mañana colocó ocho flores en cada uno. ¿Cuántas flores colocó en total?
- En el aula, de la niña Lorena, hay cinco filas con seis pupitres cada una. ¿Cuántos pupitres hay en total en el aula?
- Si un paquete de galletas trae cuatro y Francisco compró tres paquetes. ¿Cuántas galletas tiene Francisco por todas?
- Luis desea llenar un álbum que tiene cuatro páginas. Si en cada una de las páginas hay que pegar siete postales. ¿Cuántas postales, va tener pegadas Luis, en el álbum, cuando lo llene?
- En mi escuela realizaron un campeonato de papifutbol el fin de semana. Si participaron cinco equipos y cada equipo tenía seis jugadores. ¿Cuántos jugadores fueron al campeonato?
- Si en un carro van siete personas y todas tienen sus extremidades inferiores. ¿Cuántas piernas van en el carro?
- Mi tía tiene cuatro gallinas y tres conejos en el patio de su casa. ¿Cuántas patas, de los animales, hay por todos?
- Si en un cartón para huevos tiene ocho filas con el espacio para colocar diez huevos entonces, ¿Cuántos huevos hay en el cartón si se llenaron tres filas?
- Si las cajas para transportar refrescos gaseosos tiene seis filas y en cada fila se pueden colocar cuatro refrescos, entonces ¿cuántos refrescos se pueden transportar en 2 cajas ?.
- ¿Cuántos círculos debo dibujar, si en cada dedo de mi mano dibujo tres círculos?.

La multiplicación en segundo grado con base al programa de estudio vigente

X	1	2	3	4	5	10
1	1	2	3	4	5	10
2	2	4	6	8	10	20
3	3	6	9	12	15	30
4	4	8	12	16	20	
5	5	10	15	20	25	
6	6	12	18	24	30	
7	7	14	21	28		
8	8	16	24			
9	9	18	27			
10	10	20	30			
11	11	22				
12	12	24				
13	13	26				
14	14	28				
15	15	30				
16	16					
17	17					
18	18					
19	19					
20	20					
21	21					
.	.					
.	.					
.	.					
30	30					

Múltiplos de 10

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Múltiplos de 0

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Multiplicaciones donde el segundo factor es 0 , tales como 5 x 0, 12 x 0 entre otras.

Algunas actividades lúdicas que pueden favorecer la comprensión de la multiplicación son: Círculo y estrellas, loterías, el Kalah, adivinado caras ocultas de dados apilados , el gato de la multiplicación.

La división en el cuarto grado escolar y algo más

Introducción

En el tercer grado se inicio el estudio de la división como reparto y distribución utilizando para ello material concreto. A partir de este trabajo se deduce que la división es una resta sucesiva del mismo termino “el divisor”. (Para mayor información ver documento “La división en el III año escolar”).

En cuarto retomamos algunas divisiones de tercer grado, realizándolas por medio de restas sucesivas sin utilizar múltiplos del divisor y se propicia que el estudiantado sienta la necesidad de trabajar con los múltiplos del divisor para así iniciar la construcción del algoritmo de la división.

Es decir en este nivel, se buscara enlazar la división como resta sucesiva con la construcción operativa del algoritmo convencional. Se debe tener presente que para llegar a escribir simbólicamente el algoritmo de la división, el niño y la niña debe ser capaz de hacerlo con material concreto o cálculo mental; luego debe ser capaz de verbalizar el cómo resuelve la operación y por último editar o escribir simbólicamente lo realizado.

I. Como resta sucesiva utilizando múltiplos de las potencias de diez

a) Se debe repartir 9492 entre 7

$$9492 \div 7$$

$$(9000 + 400 + 90 + 2) \div 7$$

$$1000 \text{ veces } 7 = 7000$$

$$9492 - 7000 = 2492$$

b) Me quedan 2492 por repartir entre 7

$$(2000 + 400 + 90 + 2) \div 7$$

Como no puedo repartir los dos grupos de 1000 entre 7 los cambio por grupos de 100, de donde queda: $(2400 + 90 + 2) \div 7$

100 veces 7 son 700 200 veces 7 son 1400
300 veces 7 son 2100 400 veces 7 son 2800

De donde, $2492 - 2100 = 392$

c) Me quedan 392 por repartir entre los 7

$$(300 + 90 + 2) \div 7$$

Como no puedo repartir los tres grupos de 100 entre 7, entonces los cambio por grupos de 10, de donde queda: $(390 + 2) \div 7$

10 veces 7 son 70 20 veces 7 son 140 30 veces 7 son 210
 40 veces 7 son 280 50 veces 7 son 350 60 veces 7 son 420

De donde $392 - 350 = 42$

d) Me quedan 42 por repartir entre los 7

$$(40 + 2) \div 7$$

Como no puedo repartir los cuatro grupos de 10 entre 7, entonces los cambio por unidades sueltas, de donde queda:

$$42 \div 7$$

1 veces 7 son 7 2 veces 7 son 14 3 veces 7 son 21
 4 veces 7 son 28 5 veces 7 son 35 **6 veces 7 son 42**

$42 - 42 = 0$ (residuo).

De donde el cociente es $1000 + 300 + 50 + 6 = 1356$

II. Estadio Desarrollado

$$9492 \div 7$$

Se expresa el dividendo en notación desarrollada

$$(9000 + 400 + 90 + 2) \div 7$$

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{9000} + 400 + 90 + 2 \\
 \underline{7000} \\
 2000 + 400 + 90 + 2 \\
 \quad \downarrow \\
 \quad 2400 + 90 + 2 \\
 \quad \underline{-2100} \\
 \quad \quad 300 + 90 + 2 \\
 \quad \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad \quad 390 + 2 \\
 \quad \quad \quad \underline{-350} \\
 \quad \quad \quad \quad 40 + 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 42 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \underline{-42} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 7 \\
 \hline
 1000 + 300 + 50 + 6 = 1356
 \end{array} \right.$$

Por lo tanto, $9492 \div 7 = 1356$

III. Estadio Resumido

$$9492 \div 7$$

$$(9000 + 400 + 90 + 2) \div 7$$

Se trabaja solo el cociente en notación desarrollada, pero se continúa trabajando con toda la cantidad

$$\begin{array}{r}
 9492 \\
 \underline{-7000} \\
 2492 \\
 \underline{-2100} \\
 392 \\
 \underline{-350} \\
 42 \\
 \underline{-42} \\
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 7 \\
 \hline
 1000 + 300 + 50 + 6 = 1356
 \end{array} \right.$$

Por lo tanto, $9492 \div 7 = 1356$

IV. Estadio Abreviado

Se inicia con el trabajo del valor posicional, al multiplicar y en la resta sucesiva, como se ilustra:

$$9492 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 9492 \\ \underline{7} \\ 2492 \\ \underline{-21} \\ 392 \\ \underline{-35} \\ 42 \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$

$$9492 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 9492 \\ \underline{7} \\ 24 \\ \underline{-21} \\ 39 \\ \underline{-35} \\ 42 \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$

Gradualmente y según las necesidades de los discentes se trabaja utilizando tan solo el valor posicional.

$$9492 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 9492 \\ \underline{-7} \\ 24 \\ \underline{-21} \\ 39 \\ \underline{-35} \\ 42 \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$

1000	100	10	1
1	3	5	6

$$9492 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 9492 \\ \underline{7} \\ 24 \\ \underline{-21} \\ 39 \\ \underline{-35} \\ 42 \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$

um	c	d	u
1	3	5	6

Ya a estas alturas el estudiantado está preparado para trabajar con el algoritmo convencional sin el apoyo de la caja de valores, ya sea con los valores posicionales o bien con los nombres de dichas posiciones.

V. Estadio estándar o convencional

$$9492 \div 7$$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{um} & \text{C} & \text{d} & \text{u} \\ \hline 9 & 4 & 9 & 2 \\ \hline \end{array} \\ \underline{-7} \\ 24 \\ \underline{-21} \\ 39 \\ \underline{-35} \\ 42 \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$

um	c	d	u
1	3	5	6

$$9492 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 9492 \\ \underline{-7} \\ 24 \\ \underline{-21} \\ 39 \\ \underline{-35} \\ 42 \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$

La división en el quinto grado escolar.

(El divisor es un número natural de dos cifras.
Tanto el dividendo como el cociente son números naturales).

Introducción

En el nivel de cuarto grado se realizó la construcción operativa del algoritmo de la división enlazando la división como resta sucesiva con algoritmos de cálculos cada vez con menos escritura. Para ello se pasan por cuatro estadios a saber el estadio Desarrollado, Resumido, Abreviado y Convencional. En quinto grado extendemos el algoritmo aprendido para la división en IV grado para números naturales y decimales.

En este documento, nos abocaremos a extender dicho algoritmo, al caso cuando el divisor es un número natural mayor o igual que 10 pero menor o igual que 99 (es decir cuando el divisor es de dos cifras) tanto el dividendo como el cociente son números naturales.

Es de vital importancia tener presente que en el trabajo por desarrollar con el estudiantado, se contemple que ellos sean capaces de hacer las divisiones propuestas con material concreto o cálculo mental; luego debe ser capaz de verbalizar el cómo resuelve la operación y por último editar o escribir simbólicamente lo realizado. Se recomienda utilizar como material de apoyo la moneda nacional.

Hay que resaltar la importancia de que el estudiantado reconstruya el algoritmo de la división, en lugar de enfrentarse a este en forma mecánica. Los niños y niñas que reconstruyan el algoritmo de la división, a partir de la construcción que la humanidad hrealizó, les permite comprender mejor el por qué operan como operan. Por ejemplo, comprenderán el por qué para la suma , resta y multiplicación en el algoritmo convencional se inicia a operar de derecha a izquierda pero en el algoritmo convencional para la división se procede a operar de izquierda a derecha.

I. Como resta sucesiva utilizando múltiplos de las potencias de diez del divisor.

a) Se desea repartir 42385 entre 18

Al expresar el dividendo en notación desarrollada obtenemos:

$$1000 \text{ veces } 18 = 18000 \quad \mathbf{2000 \text{ veces } 18 = 36000} \quad 3000 \text{ veces } 18 = 54000$$

$$\mathbf{42\ 385 - 36\ 000 = 6385}$$

b) Me quedan 6385 por repartir entre 18

$$100 \text{ veces } 18 \text{ son } 1800 \quad 200 \text{ veces } 18 \text{ son } 3600$$

$$\mathbf{300 \text{ veces } 18 \text{ son } 5400} \quad 400 \text{ veces } 18 \text{ son } 7200$$

$$\mathbf{6385 - 5400 = 985.}$$

c) Me quedan 985 por repartir entre los 18

10 veces 18 son 180	20 veces 18 son 360	30 veces 18 son 540
40 veces 18 son 720	50 veces 18 son 900	60 veces 18 son 1080
De donde	985 - 900 = 85	

d) Me quedan 85 por repartir entre los 18

1 veces 18 son 18	2 veces 18 son 36	3 veces 18 son 54
4 veces 18 son 72	5 veces 18 son 90	
85 - 72 = 13 (residuo)		

De donde el cociente es 2000 + 300 + 50 + 4 = 2354 y el residuo es 13.
Es decir

13

II. Estadio Desarrollado

. Se expresa el dividendo en notación desarrollada

$$40000 + 2000 + 300 + 80 + 5 \quad \left| \begin{array}{r} 18 \\ 2000 + 300 + 50 + 4 = 2354 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} \square \\ 42000 \\ -36000 \\ \hline 6000 + 300 + 80 + 5 \\ \square \\ 6300 + 80 + 5 \\ -5400 \\ \hline 900 + 80 + 5 \\ \square \\ 980 + 5 \\ -900 \\ \hline 80 + 5 \\ \square \\ 85 \\ -72 \\ \hline 13 \end{array}$$

Por lo tanto,

III. Estadio Resumido:

Se expresa el dividendo en notación desarrollada

Se trabaja solo el cociente en notación desarrollada, pero se continúa trabajando con toda la cantidad

$$\begin{array}{r}
 42385 \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline 2000 + 300 + 50 + 4 = 2354 \end{array} \\
 -36000 \\
 \hline
 6385 \\
 -5400 \\
 \hline
 985 \\
 -900 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}$$

Por lo tanto,

13

IV. Estadio Abreviado

Se inicia con el trabajo del valor posicional, al multiplicar y en la resta sucesiva, como se ilustra:

$$\begin{array}{r}
 42385 \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline 2000 + 300 + 50 + 4 \end{array} \\
 -36 \\
 \hline
 6385 \\
 -54 \\
 \hline
 98 \\
 -90 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 42385 \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline 2000 + 300 + 50 + 4 \end{array} \\
 -36 \\
 \hline
 63 \\
 -54 \\
 \hline
 98 \\
 -90 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}$$

Gradualmente y según las necesidades de los discentes se trabaja utilizando tan solo el valor posicional.

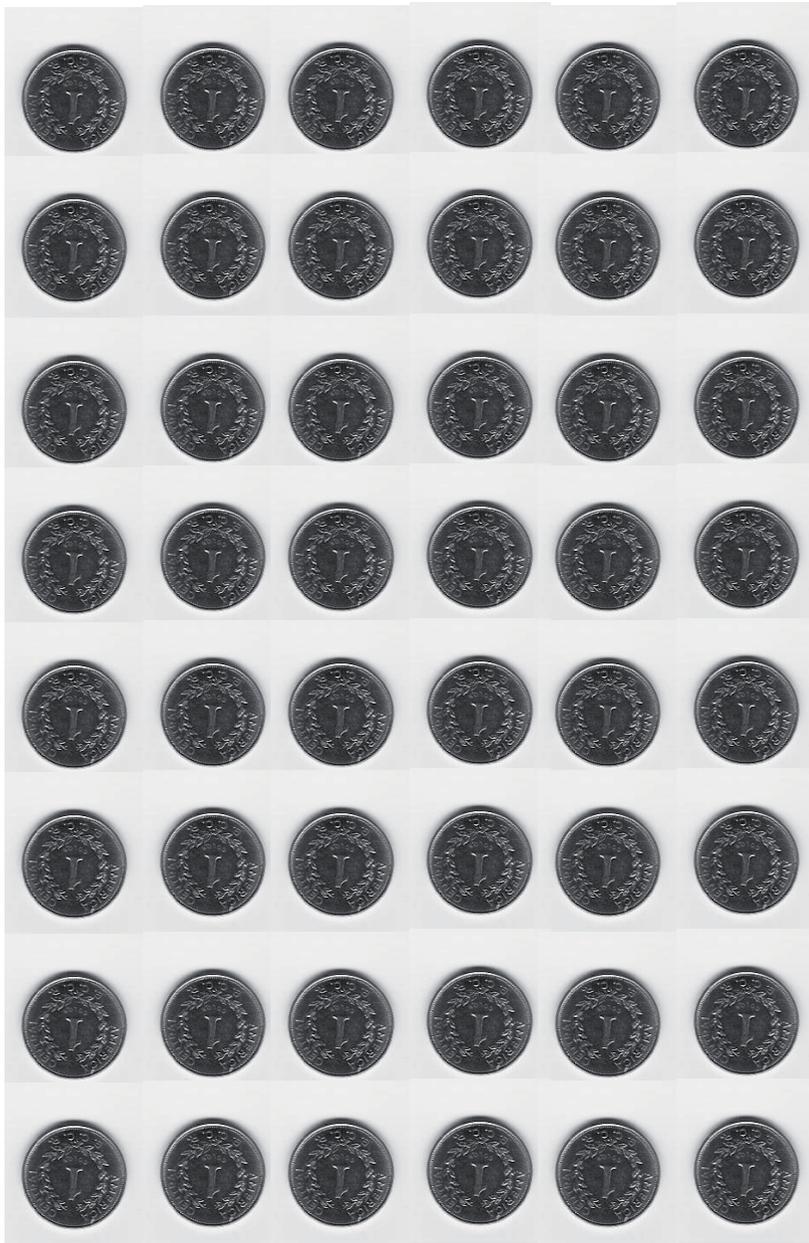
$$\begin{array}{r}
 42385 \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1000 & 100 & 10 & 1 \\ \hline 2 & 3 & 5 & 4 \\ \hline \end{array} \end{array} \\
 -36 \\
 \hline
 63 \\
 -54 \\
 \hline
 98 \\
 -90 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 42385 \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{um} & \text{c} & \text{d} & \text{u} \\ \hline 2 & 3 & 5 & 4 \\ \hline \end{array} \end{array} \\
 -36 \\
 \hline
 63 \\
 -54 \\
 \hline
 98 \\
 -90 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}$$

V. Estadio estándar o convencional

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{dm} & \text{um} & \text{c} & \text{d} & \text{u} \\ \hline 4 & 2 & 3 & 8 & 5 \\ \hline \end{array} \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline \end{array} \\
 -36 \\
 \hline
 63 \\
 -54 \\
 \hline
 98 \\
 -90 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{um} & \text{c} & \text{d} & \text{u} \\ \hline 2 & 3 & 5 & 4 \\ \hline \end{array} \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline \end{array} \\
 -36 \\
 \hline
 63 \\
 -54 \\
 \hline
 98 \\
 -90 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 42385 \quad | \quad \begin{array}{c} 18 \\ \hline 2354 \end{array} \\
 -36 \\
 \hline
 63 \\
 -54 \\
 \hline
 98 \\
 -90 \\
 \hline
 85 \\
 -72 \\
 \hline
 13
 \end{array}$$

Anexos







Bibliografía

- Barquero Rodríguez, Javier. La adición en el I año escolar. Ponencia en el Primer Festival Matemática (Octubre 1998)
- Barquero Rodríguez, Javier. La adición en el II año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La adición en el III año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La adición en el IV año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La sustracción en el I Ciclo. Ponencia en el Primer Festival Matemática (Puntarenas)
- Barquero Rodríguez, Javier. La sustracción en el III año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La sustracción en el IV año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La multiplicación en el II año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La multiplicación en el III año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La división en el III año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Barquero Rodríguez, Javier. La división en el IV año escolar. Documento electrónico, Dirección Regional de Puriscal. Puriscal 2007.
- Ministerio de Educación Pública, Orientaciones para mejorar el aprendizaje de la matemática en I y II ciclos. Simed, San José, Costa Rica, 1996.

Ministerio de Educación Pública, Programas de Estudio 2005
Matemática I Ciclo, San José Costa Rica.

Ministerio de Educación Pública, Programas de Estudio 2005
Matemática II Ciclo, San José Costa Rica.

Kamii, Constante. (1994). El niño Reinventa la Aritmética
España Aprendizaje Visor.