



Ministerio de Educación Pública

A
B
C

Dirección de Desarrollo Curricular



Departamento de Primero y Segundo Ciclos

Material “la Yupana y el Quipus como herramienta didáctica para el abordaje de las operaciones fundamentales”



MSc. Elizabeth Figueroa Fallas.

MSc. Hermes Mena Picado.

Asesoría Nacional de Matemática





Presentación

La Yupana y el Quipo son herramientas utilizadas por una sociedad Inca que se localizó en el área sur de nuestro continente, civilización que con gran astucia y eficacia sobresalieron en diferentes áreas del saber, entre ellas la matemática, estos instrumentos le permitieron a esta cultura avances significativos en su sistema contable y aritmético.

En la actualidad el uso de estos instrumentos podemos verlos como un medio cultural adecuado para un aprendizaje significativo de la matemática en los niños y las niñas, evitando así la monotonía en el desarrollo de la clase y facilitando mediante su uso el aprendizaje de las operaciones aritméticas fundamentales, de una manera fácil, dinámica y divertida.

Estos materiales son de uso sencillo; de fácil acceso ya que el docente no debe incurrir en grandes gastos y los insumos para su uso son fáciles de conseguir y utilizar, además los beneficios que se logran en los estudiantes son muy significativos, resaltando de esta manera la utilidad de las herramientas.

Como lo busca el programa de estudio, para que el estudiante logre desarrollar y adquirir una verdadera competencia dentro del proceso de enseñanza-aprendiza, se deberán desarrollarse estrategias didácticas que permitan el logro de las habilidades planteadas. El diseño de estas estrategias debe de buscar ser creativas y flexibles, donde el estudiante logre crear y reforzar nuevos aprendizajes, profundice en ellos y a la vez se despierte en el estudiante el interés por la asignatura de matemática.

El presente documento busca ser un apoyo a la ardua labor docente, ofreciendo ideas para el abordaje de operaciones fundamentales como la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.



<i>Tabla de contenidos</i>	página
Contexto histórico.....	4
Plantilla la Yupana.....	5
Operaciones básicas haciendo uso de la Yupana.....	7
La Adición.....	7
La Sustracción.....	10
Multiplciaciones.....	14
El Quipu.....	17
Estructura y utilidad de los Quipus.....	17
Características generales de los Quipos.....	17
Vamos a multiplicar haciendo uso del Quipus.....	18
Vamos a resolver divisiones por medio del Quipus.....	24
Referencias bibliográficas.....	27

I etapa: *Contexto histórico*

Los Incas

El Imperio Inca fue el más grande de América. El imperio estaba extendido por lo que es hoy Perú, Ecuador, gran parte de Chile, Bolivia y Argentina.

El Quechua fue el idioma oficial y hablado en la mayoría de las comunidades hasta la llegada de los Españoles, pero al menos 20 dialectos locales subsistieron en varias partes del imperio. Los Incas desarrollaron un estilo altamente funcional de arquitectura pública que se distinguió principalmente por sus técnicas avanzadas de ingeniería y de trabajo fino de la piedra.

La religión del estado estaba basada en la adoración del Sol. Los emperadores Incas eran considerados como descendientes del Dios Sol y eran adorados como divinidades. El oro, símbolo del Dios Sol, era muy explotado para el uso de los dirigentes y miembros de la elite, no como moneda de intercambio, sino principalmente con objetivos decorativos y rituales. La religión dominaba toda la estructura política. Desde el Templo del Sol en el centro de Cuzco, se podían trazar líneas imaginarias en dirección de los lugares de culto de las diferentes clases sociales de la ciudad.

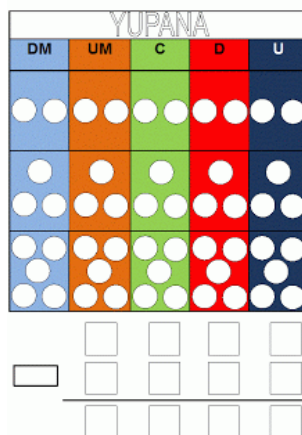
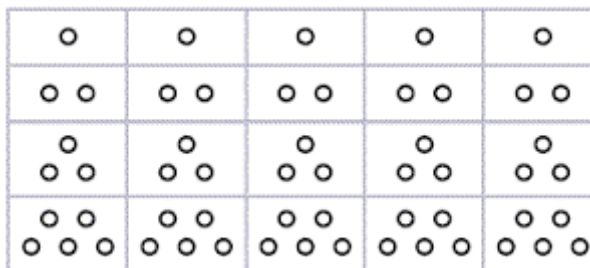
Matemática incaica



En el campo de la matemática los incas se destacaron principalmente por su capacidad de cálculo en el ámbito económico. Los Quipus y Yupanas fueron señal de la importancia que tuvo la matemática en la administración incaica. Esto dotó a los incas una aritmética sencilla pero efectiva, para fines contables, basada en el sistema decimal; conocieron el cero, 1 y dominaron la suma, la resta, la multiplicación y la división.

Quipukamayuc con su Quipu y una Yupana, los principales instrumentos que usaron los incas en matemáticas

Plantilla La Yupana



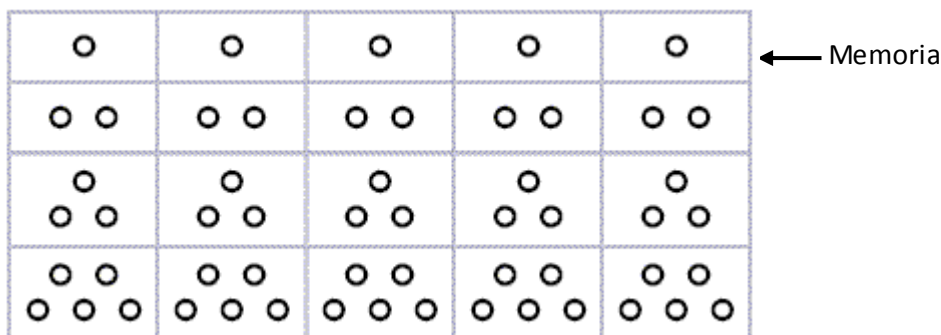
Abaco
Inca

La yupana (en vocablo quechua significa “lo que sirve para contar”), es un dispositivo usado por los Incas, presumiblemente como un tipo de calculadora. Estos podían ser de piedra tallada o de barro, tenían casilleros o compartimentos que correspondían a las unidades decimales y se contaba o señalaba con la ayuda de piedrecitas o granos.

La cultura inca desarrollo este abacó, el cual constituyo una herramienta de cálculo propio de esta avanzada civilización Latinoamericana. Además de la Yupana se trabajo con el “Quipu” que en quechua quiere decir “nudo”, el cual es un Conjunto de cuerdecillas de uno o varios colores anudadas que utilizaban los civilizaciones andinas con fines mnemotécnicos, para hacer cálculos numéricos o recoger historias o leyendas.

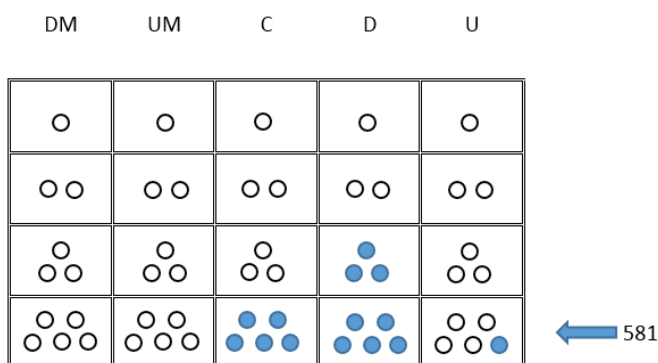
Aspectos a considerar para su uso y elaboración según la teoría de Burns:

- La yupana se colocará en posición horizontal de la siguiente forma:



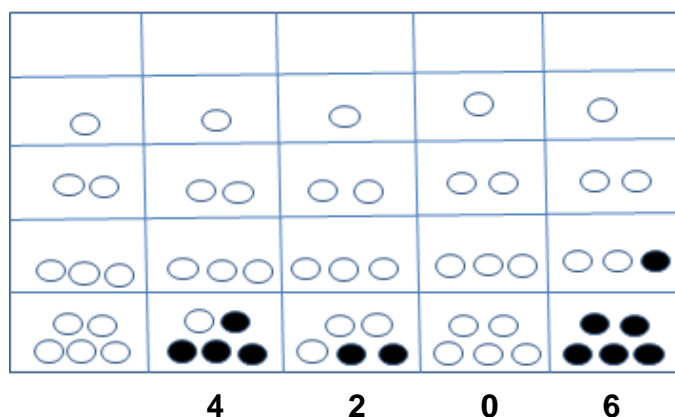
- b. Cada círculo tendrá un valor de "uno", y va adquiriendo otros valores de acuerdo a la columna donde se encuentre, por ejemplo: si se encuentra en la segunda columna contando de derecha a izquierda, ésta tendrá un valor de 10.
- c. Los círculos de la primera fila representan la memoria.
- d. Para conservar un orden en el trabajo de la Yupana se empezarán a llenar los círculos de abajo hacia arriba.
- e. Cada vez que se completen los diez círculos de una columna, los barremos o desocupamos y colocamos uno en la memoria que luego será trasladado a la columna posterior.
- f. Cuando necesitamos transferir al orden inferior, realizamos el proceso inverso al anterior (Lo que conocemos como ley de cambio).

Por ejemplo, el número 581 se puede representar de la siguiente manera:



Fuente: Artículo: "La yupana: un ejemplo de lo histórico como elemento pedagógico". Clara Lucia Higuera Acevedo. Universidad de la Amazonia, Florencia. Colombia. (1994).

Por ejemplo, si queremos representar el numeral 4206, sería en la Yupana



Operaciones básicas haciendo uso de la Yupana

Adición

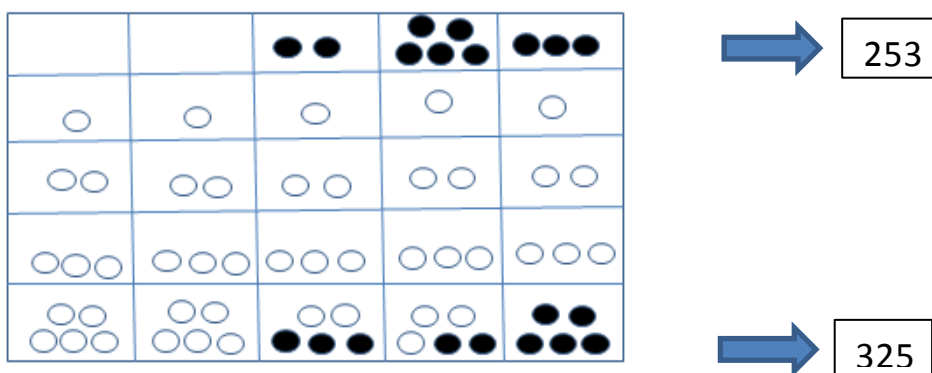
Ejemplo 1.



Veamos ¿Cómo resolveríamos la suma
 $325 + 253$ utilizando la Yupana?

El proceso a seguir es el siguiente:

Colocamos uno de los sumandos en la Yupana y el segundo en la parte superior de esta.



Se realiza la suma por columna de las semillitas, de la parte superior de la Yupana con las ubicadas en la parte inferior, esto de derecha a izquierda. Es decir, en la columna uno (unidades) sumamos las tres semillitas (de la parte superior) con las cinco ubicadas en la misma (en la parte inferior), lo que nos daría un resultado de ocho semillitas, valor que lo representamos completando los espacio vacíos que podamos de la primer columna.

En la segunda columna sumamos las decenas que en ella tenemos al igual que en el caso anterior sumando cinco semillitas más dos, que nos brindarían siete semillitas y por último en la tercer columna las dos de la parte superior con tres de la inferior que nos daría cinco semillitas

Transformando esa representación gráfica nos daría la siguiente representación numérica

Recordemos que lo obtenido con la Yupana es una representación gráfica, y la numérica sería la siguiente:

DM	UM	C	D	U
○○○	○○○	○○○	○●●	●●●
○○○ ○○○	○○○ ○○○	●●● ●●●	●●● ●●●	●●● ●●●
		5	7	8

Ejemplo 2.

Resolvamos otra operación. Consideremos la suma de 935 con 257

El proceso a seguir es el siguiente:

Colocamos uno de los sumandos en la Yupana y el segundo en la parte superior de esta.

		●●	●●●	●●●●	→	257
○	○	○	○	○		
○○	○○	●○	○○	○○		
○○○	○○○	●●●	○○○	○○○		
○○○ ○○○	○○○ ○○○	●●● ●●●	○○○ ●●●	●●● ●●●	→	935

Procederemos a sumar. Como en la primera columna quedan los doce círculos (semillas) llenos, necesitamos colocar uno en la memoria de la segunda casilla y quedan dos círculos en la columna 1 o sea en la columna de las unidades. Luego vamos a la columna 2 (decenas), sería tres círculos más cinco son ocho, pero tenemos uno en la memoria, sumaría nueve en la segunda columna. Y por último en la tercera columna, tendríamos dos más nueve círculos, sería once, tendríamos que pasar uno a la memoria de la columna cuatro y dejar uno en la columna tres.

○	●	○	●	○
○○	○○	○○	○○	○○
○○○	○○○	○○○	●●●	○○○
○○○ ○○○	○○○ ○○○	○○○ ○○○	●●● ●●●	○○○ ●●●

El resultado sería como lo muestra la tercera Yupana.

○	○	○	○	○
○○	○○	○○	○●	○○
○○○	○○○	○○○	●●●	○○○
○○○	○○○●	○○○●	●●●●	○○○●●



1192





Sigamos utilizando la Yupana, pero ahora realizando restas o sustracciones

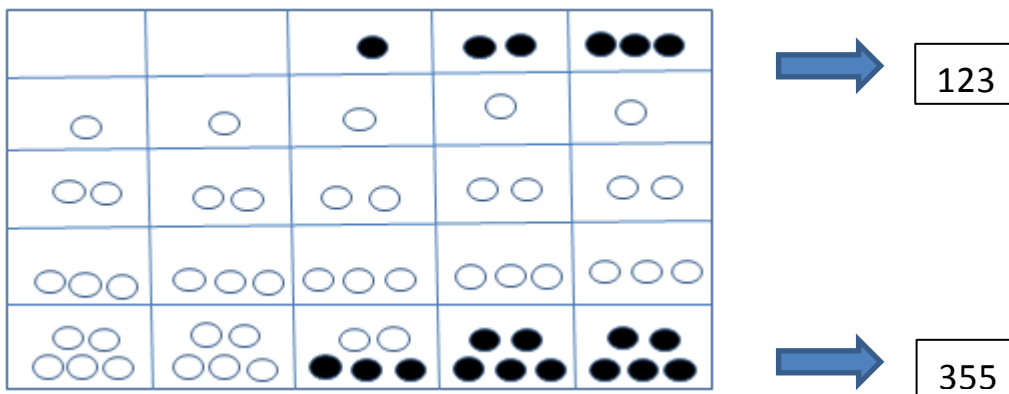
Ejemplo 1

Para ver como resolvían esta operación, miremos un ejemplo: Consideremos la sustracción de 123 con 355.

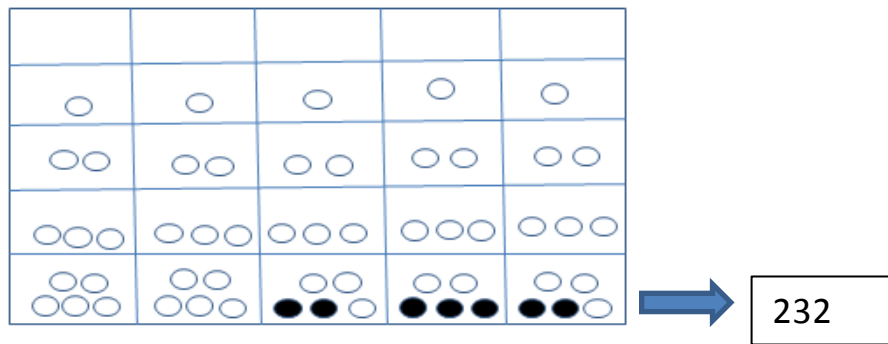


El proceso a seguir es el siguiente:

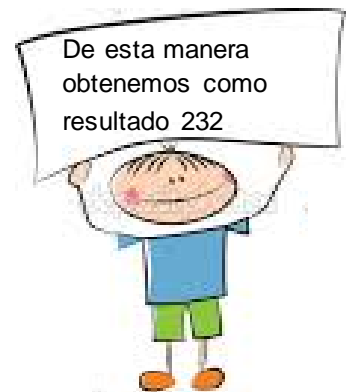
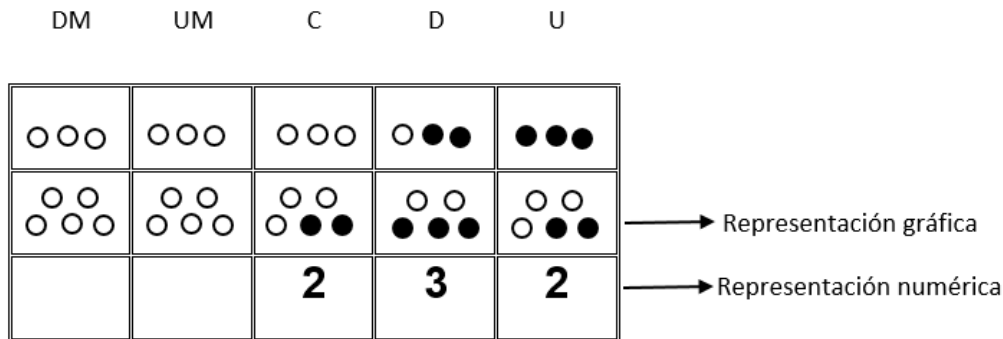
A diferencia de la adición, vamos a colocar el número mayor en la Yupana, pues solo consideraremos la sustracción como la estudiamos en la primaria. Pero al igual que en la anterior, el otro número lo colocaremos en la parte superior de la Yupana.



Retiramos de la Yupana las piedrecitas que nos indica el número que colocamos en la parte superior, o sea a cinco le quitamos tres lo que nos dará un resultado de dos. Teniendo en cuenta que a la columna de las unidades solo le quitaremos unidades. En la segunda columna, a cinco le quitamos dos, entonces el resultado es tres. Y en la tercera columna a tres le quitamos uno, el resultado sería dos. Al realizar el paso de la representación gráfica a la numérica tenemos que sería:



El resultado final pasando de lo obtenido en la Yupana a la representación numérica sería:

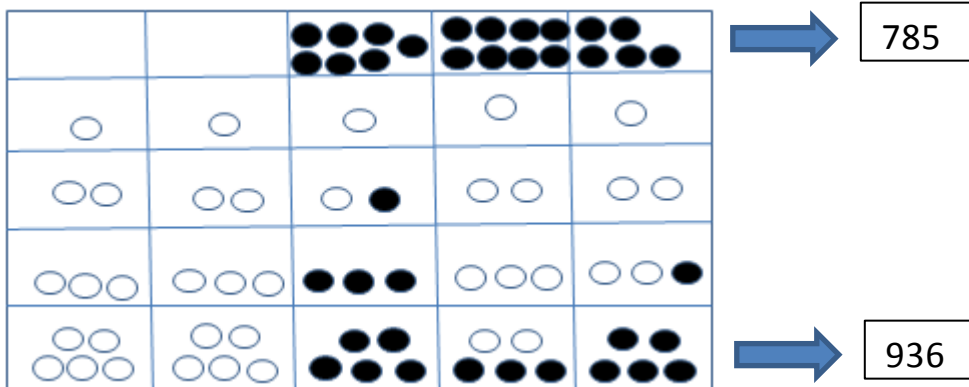


Ejemplo 2.

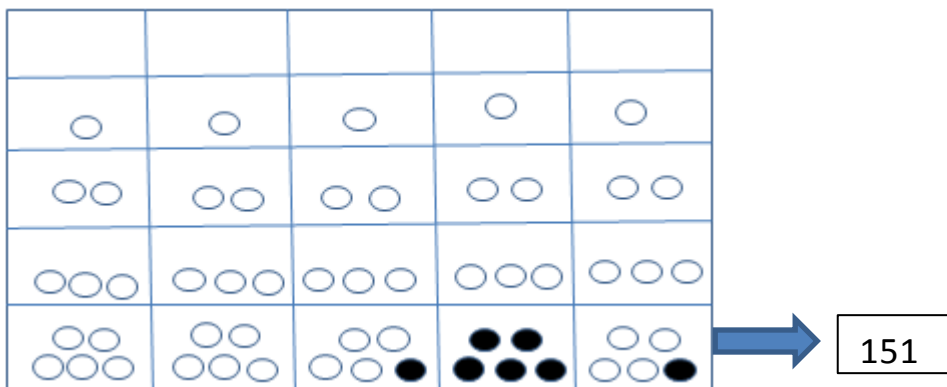
Resolvemos otra operación, miremos otro ejemplo: Consideremos la sustracción de 936 con 785.

El proceso a seguir es el siguiente:

Se coloca el número mayor en la Yupana, pues solo consideraremos la sustracción como la estudiamos en la primaria. Pero al igual que en la anterior, el otro número lo colocaremos en la parte superior de la Yupana.



En la columna uno se le quita a seis, cinco unidades, entonces en la primera columna quedaría uno. En la segunda columna a tres se le quita ocho, como no es posible (en el conjunto de los números naturales), entonces devolvemos un círculo de mayor nivel, por lo que en la columna tres quedarían ocho círculos, y en la columna dos quedarían trece círculos, entonces podríamos realizar la resta de a trece le quitamos ocho, luego en la columna dos quedarían cinco. Por último, en la columna tres restaríamos a ocho le quito siete que es uno. El resultado de la resta es 151, y quedaría la siguiente Yupana.



Esta representación en la Yupana equivale al número 151 en nuestro sistema de numeración

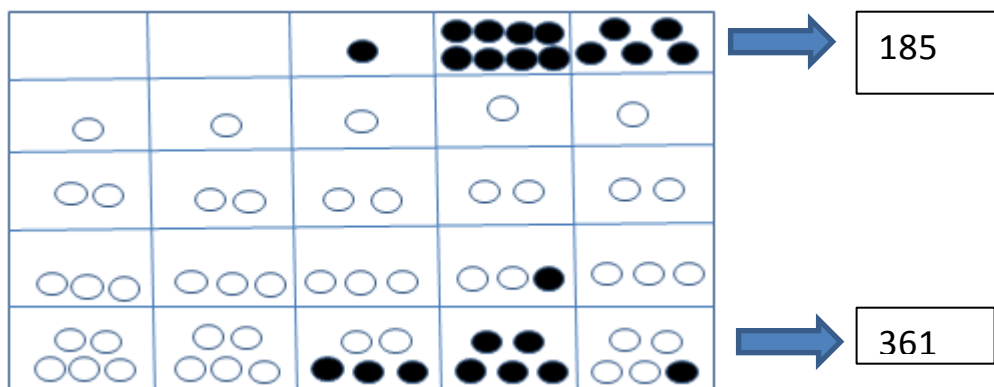


Ejemplo 3.

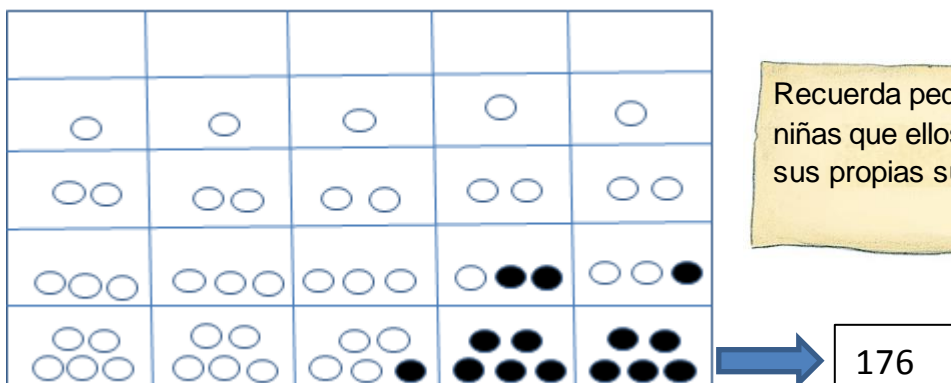
Para ver como resolvían esta operación, miremos otro ejemplo: Consideremos la sustracción de 361 con 185.

El proceso a seguir es el siguiente:

- 1.1 Se coloca el número mayor en la Yupana, pues solo consideraremos la sustracción como la estudiamos en la primaria. Pero al igual que en la anterior, el otro número lo colocaremos en la parte superior de la Yupana.



Ahora en la primera columna a uno le quitamos cinco, como no es posible (en el conjunto de los números naturales), entonces devolvemos un círculo de mayor nivel, por lo que en la columna dos quedarían cinco círculos, y en la columna uno quedarían once círculos, entonces podríamos realizar la resta de a once le quitamos cinco, luego en la columna uno quedarían seis. Luego en la columna dos, a cinco le quito ocho, tampoco se podría realizar esta operación en el conjunto de los números naturales, entonces devolveríamos un círculo de la columna tres (quedando dos círculos), entonces en la columna dos tendríamos quince círculos, ahora a quince le quitamos ocho, dando como resultado siete en la columna dos. Por último en la columna tres, a dos le quitamos uno, es uno, entonces en la columna tres queda un círculo o semillita. La Yupana resultante sería



Recuerda pedirles a los niños y niñas que ellos mismos realicen sus propias sustracciones.



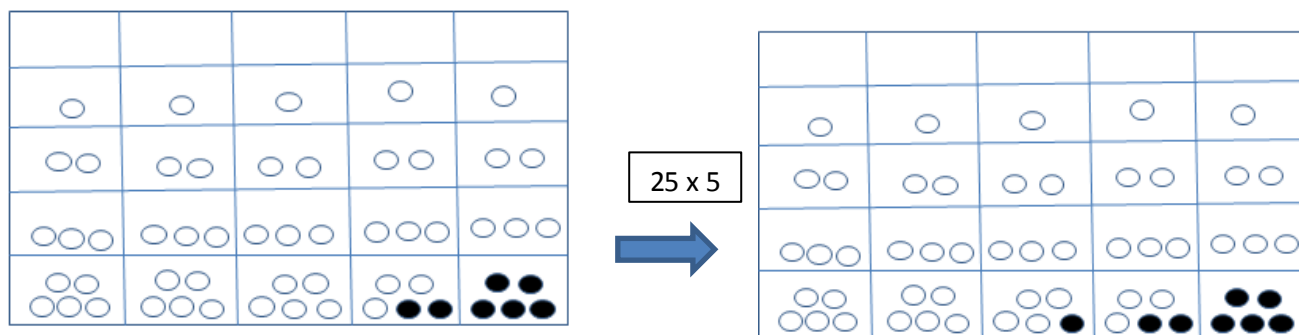
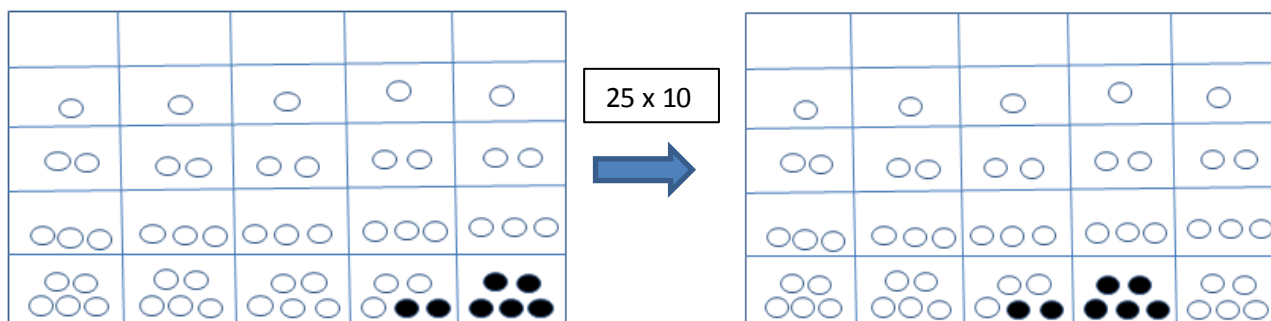
Realicemos multiplicaciones por medio de la Yupana

Para realizar la operación es necesario hacer cálculos previos que consisten en repetir uno de los factores tantas veces lo indique la progresión, lo cual permite hallar cuatro sumas parciales. Luego se debe descomponer el otro factor en partes que concuerden con la progresión. El resultado de la multiplicación se obtiene por medio de la suma de los productos parciales del factor disociado.

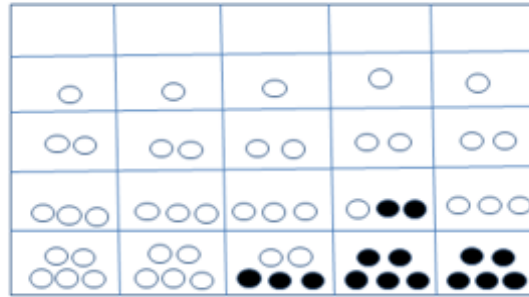
Para visualizar mejor la multiplicación, miremos un ejemplo: Realicemos el producto de 25 con 15.

Podemos descomponer uno de los factores por ejemplo el 15 como: $15 = 10 + 5$ o $15 = 5 + 5 + 5$ o $15 = 3 \times 5$.

Luego se realizan multiplicaciones de 25 por cada factor del multiplicador (vamos a tomar $15 = 10 + 5$, esto es

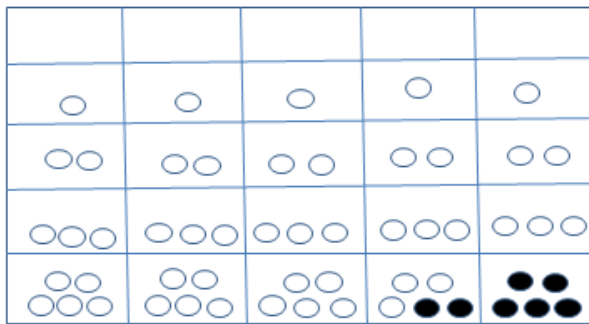


$$25 \times 15 = 25 \times (10 + 5) = 375$$

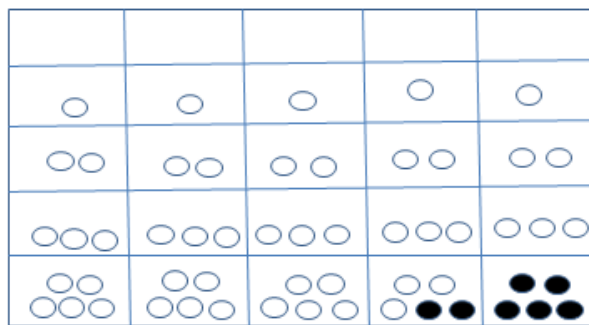
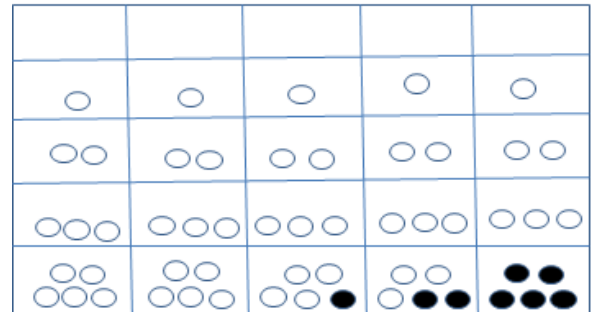


375

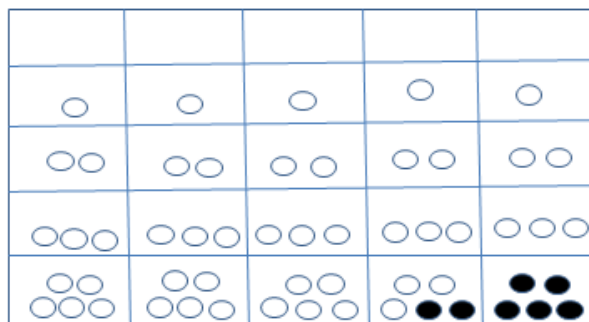
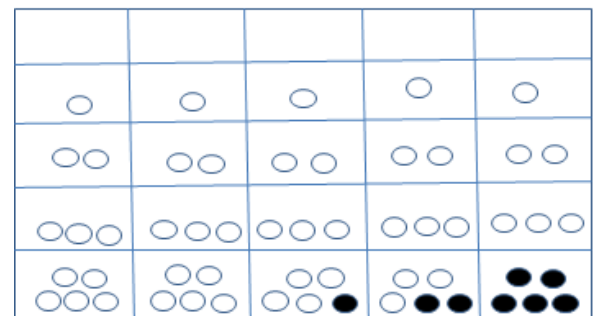
Probemos por otra factorización, esto es $15 = 5 + 5 + 5 = 3 \times 5$
 Vamos realizar la multiplicación de 25×5 en la Yupana



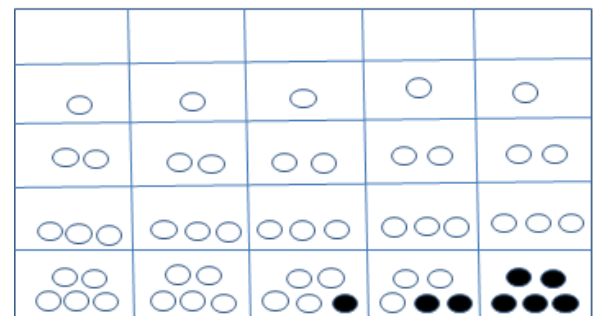
25 x 5



25 x 5

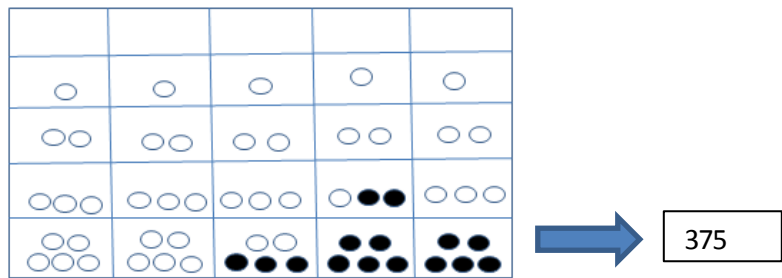


25 x 5





Ahora la suma de los productos, $25 \times 15 = 25 \times (5 + 5 + 5)$



El Quipu

Los Quipus son conocidos sobre todo por su utilidad para la Administración en el imperio Inca. Lo utilizaban para la gestión de todos los aspectos económicos y sociales del Imperio.

Estructura y utilidad de los Quipus



Los Quipus eran hechos de cadenas de lana hechas con llama, Alpaca o de algodón. La posición de los nudos, así como la cantidad, indicaban los valores numéricos en un sistema decimal. Los colores de la médula, a su vez, indicaba el artículo que se cuentan, y para cada actividad (agricultura, militar, de ingeniería, etc.) Hubo una simbología de los colores.

Se usaban 3 tipos de nudos:

Simples: se encuentran en la parte media y superior de la cuerda y simbolizan las cifras altas (decenas, centenas y millares).

Flamencos: se encuentran en la parte inferior de las cuerdas y representan las cifras bajas (unidades).

Compuestos: con colores que determinaba de donde procedía la información.

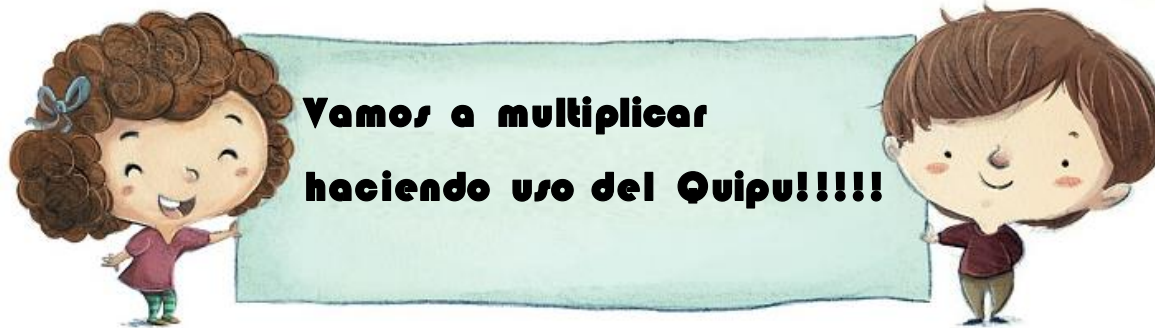
Características generales de los quipus:

Se puede observar que se trata de una cuerda de unos 4 o 5 mm de diámetro, de la cual cuelgan, a manera de franja con flecos, cuerditas más pequeñas (2 o 3 mm.) en las que se distinguen nudos.

La cuerda principal, llamada cuerda madre o transversal, como sus colgantes, son a menudo de diferentes colores y los nudos no tienen siempre la misma forma y tamaño.

El material empleado en su fabricación es generalmente lana o algodón. El quipu es, a todas luces, una derivación de la yupana, lo mismo que ésta a su vez lo fue de la taptana o tablero de juego.



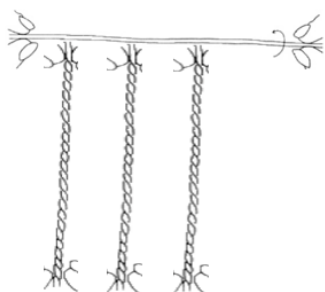


Ejemplo 1.



Realicemos la multiplicación $\frac{2}{\times 3}$ por medio del "Quipus", para eso vamos a realizar lo siguiente:

Colocamos una cuerda o tiritas horizontal y el segundo factor (el número 3) nos indica el número de cuerdas verticales a colocar, como se muestra.

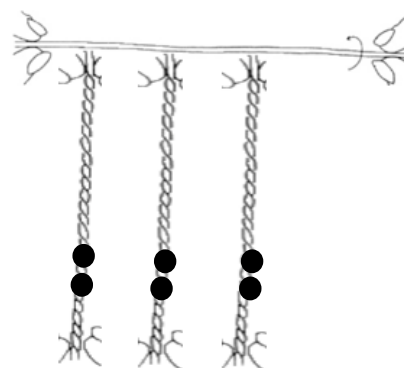


Luego el primer factor nos indica que en cada cuerda hay que realizar la cantidad de nudos por cuerda (para efectos del material colocaremos puntos en lugar de los nudos)

Realizando la representación así:

Luego contamos la cantidad de puntitos que realizamos en cada una de las tiritas y ese sería el resultado de la operación, en este caso:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

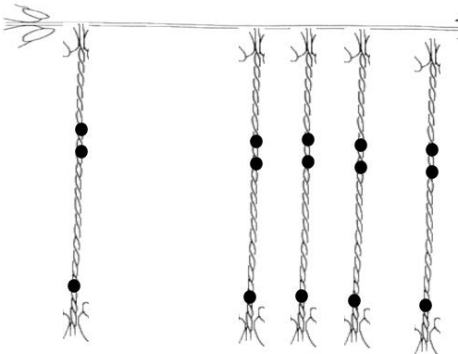


Ejemplo 2.

Realicemos la siguiente multiplicación

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

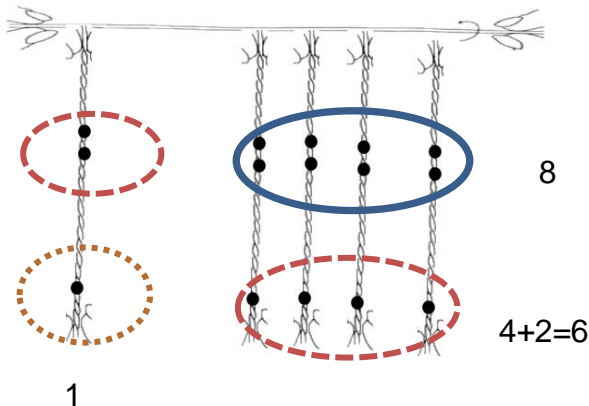
Consideramos el número que se encuentra en el segundo factor en este caso 14, y colocamos una primera cuerda y dejando un espacio apropiado cuatro cuerdas más como se representa en la siguiente imagen (representando así los valores posicionales de la cantidad).



Con los valores que componen del primer factor (el 1 y el 2), se le colocan en cada cuerda 1 punto o nudo como se muestra (que corresponde al 1) en la parte inferior del Quipu y de la misma manera dejando un espacio entre ellos, se le coloca 2 puntos (correspondientes al valor del 2) representando el segundo número del primer



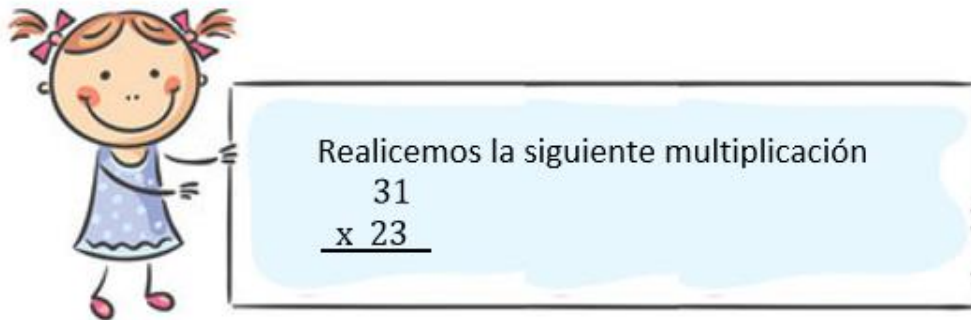
Para realizar la lectura realizamos el conteo de la siguiente manera



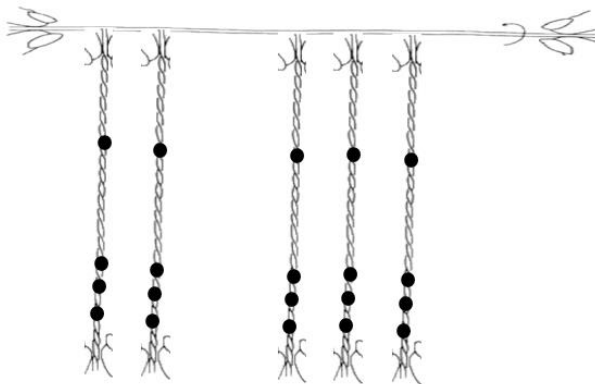
Tomando los resultados del conteo, tenemos que 12×14 equivale a utilizar los valores de derecha a izquierda, esto es:

8 unidades, 6 decenas (**que corresponde a la suma de los valores que se encuentra de izquierda a la derecha, de arriba hacia abajo**), 1 centena los cuales unidos forman el 168, que corresponde al resultado de

Ejemplo 3.

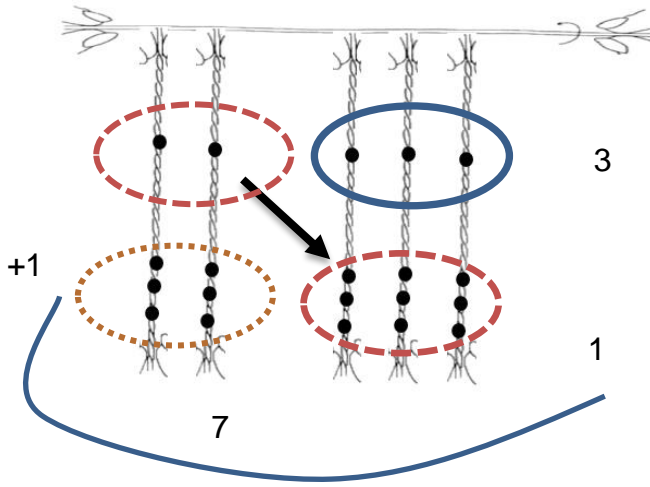


Al igual que en el caso anterior, consideramos el número que se encuentra en el segundo factor en este caso 23, y colocamos primeramente 2 cuerdas y dejando un espacio apropiado tres cuerdas más como se representa en la siguiente imagen.



Con los valores que forman del primer factor (el tres y uno) se colocan en cada cuerda 3 puntos, como se muestra y de la misma manera dejando un espacio entre ellos, se le coloca 1 punto represento el segundo número del primer factor.

Para realizar la lectura realizamos el conteo de la siguiente manera



Lectura corresponde a pasar de la representación gráfica obtenida en el quipu a la numérica que utilizamos en nuestro sistema numérico. Iniciamos con el resultado de la esquina superior derecha, que serían las unidades en este caso el ovalo que tiene 3 puntos, continuamos con el último ovalo de la segunda columna que tiene 9 puntos y los sumamos con los que forman diagonal (como lo indica la flecha) que darían como resultado 11 decenas, aplicando la ley de cambio obtenemos una centena, la cual la pasamos al siguiente orden y conservamos una decena. Por último seguimos a la siguiente posición en el ovalo de la esquina inferior izquierda sumamos todos los puntos incluyendo el que habíamos pasado anteriormente obteniendo en este caso 7

Tenemos 6 puntos y uno que pasamos de la posición anterior

Tomando los resultados del conteo anterior, tenemos que 31×23 equivale a utilizar los resultados de derecha a izquierda

3 unidades

1 decenas

7 centenas

El cual unido sería 713

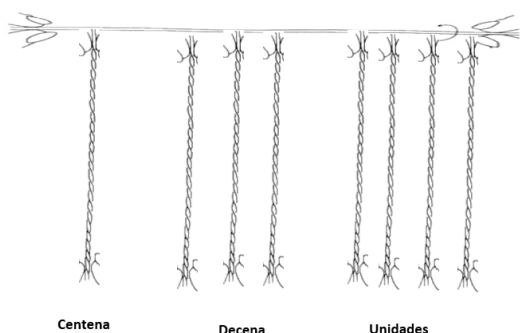
$$31 \times 23 = 713$$



Ejemplo 4.

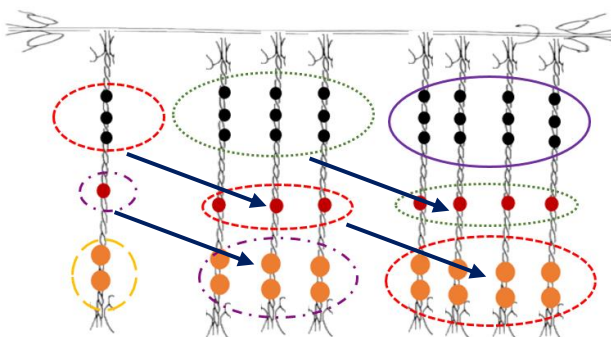


De la misma manera que en los casos anteriores, consideramos el número que se encuentra en el segundo factor en este caso 134, y colocamos primeramente 1 cuerdas y dejando un espacio apropiado y agregamos 3 cuerdas más y volvemos a dejar otro espacio para colocar 4 cuerdas, estos espacios van a representar las unidades, decenas y centenas según corresponda de los numerales del segundo factor.



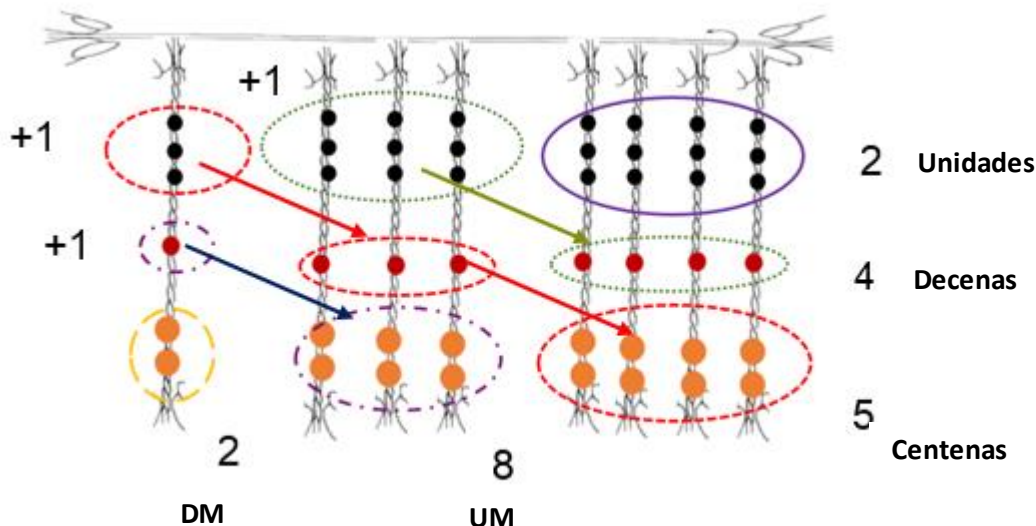
Coloque las líneas de manera similar

Con los valores del primer factor (213) se le colocan, en la parte inferior de cada cuerda 2 puntos que corresponden al primer numeral del primer factor y de la misma manera dejando un espacio entre ellos se le coloca 1 punto que representa el segundo numeral del primer factor (las decenas) y por último 3 puntos que corresponden a las unidades. Puede colocar los puntos de tamaños diferentes o de colores para evitar la confusión y que de esta manera quede más evidente el valor posicional de cada uno.



Recordemos marcar los valores que debemos contar, recordando que son los que se encuentran en diagonal

Para realizar el conteo lo hacemos por medio de los conjuntos que se encuentran en diagonal como se muestra en la siguiente imagen.



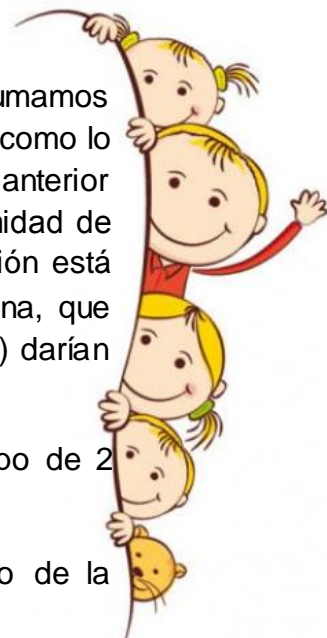
La representación gráfica obtenida en el quipus la pasaremos a la numérica que utilizamos en nuestro sistema numérico.

Iniciamos con el resultado de la esquina superior derecha, que serían las unidades en este caso 12, formando de esta manera una decena y dos unidades, pasando una decena al siguiente orden y conservando las **2 unidades**. Continuamos con el siguiente grupo de puntos (4) que hacen diagonal con el de 9 puntos como lo indica la flecha, que suman 14 decenas, aplicando la ley de cambio obtenemos una centena, la cual la pasamos al siguiente orden y conservamos **4 decena**.

Seguimos con el siguiente grupo de puntos de la primera columna (8) que sumamos con los otros dos grupos de puntos (cada uno de tres) que forma diagonal (como lo indican las flechas) $8+3+3=14$ más una centena que llevábamos del nivel anterior serían 15 centenas, volvemos aplicar la “ley de cambio”, quedándonos 1 unidad de millar que pasamos al orden siguiente y **5 centenas**. La siguiente posición está conformado por el último grupo de 6 puntos colocados en la segunda columna, que sumados con el punto que se encuentra en diagonal (como lo indica la flecha) darían 7, más una que llevábamos, sumarían **8 unidades de millar**.

Por último nos quedarían **2 decenas de millas** que corresponden al grupo de 2 puntos que se encuentra en la esquina inferior izquierda.

Al tomar estos valores formamos el número 28 542 que es el resultado de la multiplicación 213×134 .





Vamos a resolver divisiones por medio del Quipu

Ejemplo 1.

Realicemos la siguiente división

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \end{array}$$

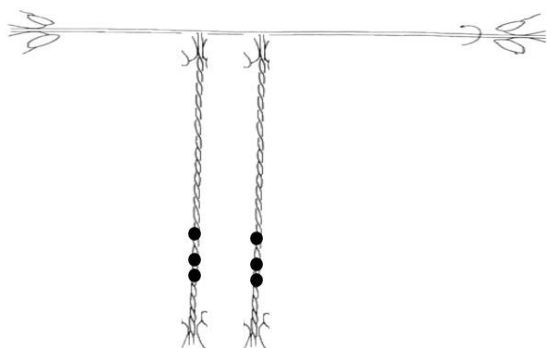


Es muy importante recordar las partes de la división.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

Dividendo → 6 | 2 Divisor
 Residuo → 0 | 3 ← Cociente

De manera similar a la multiplicación jugaremos con las cuerdas, colocando el hilo principal seguido el número de cuerda tal como lo indique el divisor



El dividendo lo vamos a repartir de manera equitativa en cada uno de los 2 hilos como se muestra en la imagen.

Contamos y al determinar que en cada uno de ellos hay 3 puntos esto nos da la respuesta a la división planteada, ya que $6 \div 2 = 3$.

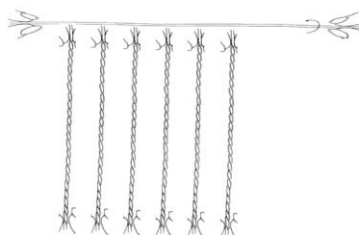
$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ - 6 & 3 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ejemplo 2.

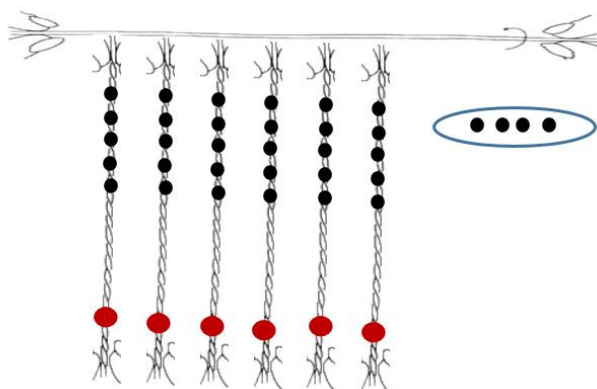
Realicemos ahora la división

$$94 \overline{) 6}$$


De manera similar al anterior realizaremos esta división, colocando el hilo principal seguido el número de cuerda tal como lo indique el divisor



Seguido vamos a representar por medio de puntos el valor del dividendo, con ciertas diferencias con respecto al ejemplo anterior, ya que al 94 ser un número compuesto por 9 decenas, podemos comenzar a realizar la repartición mediante puntos que equivalen a 10 unidades cada uno, hasta donde se permita la repartición equitativa. Observe la imagen siguiente:



Para evitar confusión podemos realizar los puntos que tiene un valor de 10 unidades un poco más grandes o de otro color, en este caso se reparten 6 que equivalen a 60 unidades, las otras 34 (3 decenas que faltaban repartir y 4 unidades del numeral), por no poder seguir de esta misma manera debemos realizar la repartición una a una hasta donde queden distribuidas en partes iguales. En este caso en particular hay en residuo de 4 unidades las

cuales se colocan a un lado de las cuerdas pero fuera de ellas (se pueden apreciar dentro de un ovalo)

Realizando el conteo lo haremos por una sola cuerda y como los puntos rojas valen 10 unidades y en cada cuerda hay 5 puntos negros, esas 15 unidades son el resultado de la operación que estábamos resolviendo.

Podemos concluir que $94 \div 6 = 15$

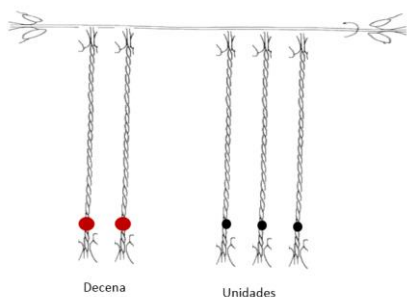
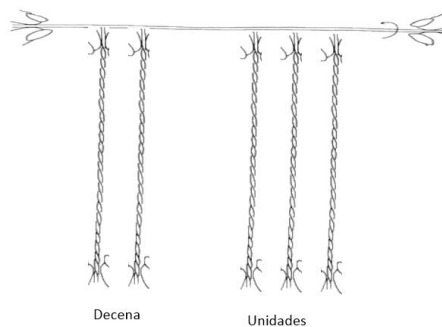
Ejemplo 3.

Realicemos la siguiente división (en este caso en el divisor tendremos dos dígitos)

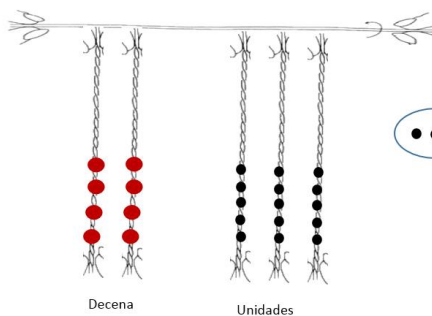
$$95 \overline{) 23}$$



De manera similar al anterior realizaremos esta división, colocando el hilo principal y colgando de él, el número de cuerda que indique el divisor, las primeras dos cuerdas y las siguientes tres (ya que las primeras representan las decenas y las segundas las unidades), dejando entre ellas espacio suficiente tal como se muestra:



Para realizar la distribución del valor del dividendo, vamos a repartir equitativamente en las cuerdas de las decenas y las unidades, 23 unidades (dos decenas y tres unidades) y continuamos hasta que repartición lo permita.



Como se observa se logró realizar cuatro agrupaciones equitativas cada una de 23 unidades, con un sobrante de 3 unidades, el resultado de dividir $95 \div 23 = 4$, y sobran 3 unidades.



Referencias bibliográficas

1. Constanza, L y Valerio, N. LA YUPANA COMO HERRAMIENTA PEDAGÓGICA EN LA PRIMARIA. Recuperado de http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1J2NH8QTM-2912G6-PZ5/yupana_como_herramienta_pedagogica.pdf
2. Higuera, C, “La yupana: un ejemplo de lo histórico como elemento pedagógico”. Universidad de la Amazonia, Florencia. Colombia. (1994).
3. La América Nuclear. Recuperado de <http://webdehistoria.blogspot.com/2009/08/las-altas-culturas-americanas.html>
4. Matemática inca Recuperado de http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica_incaica
5. Inca Recuperado de <http://es.wikipedia.org/wiki/Inca>
6. <https://www.imprentanacional.go.cr/gaceta/?date=17/12/2014> multilicación de fracciones
7. <http://www.perou.org/peru/incas.php?lg=es>