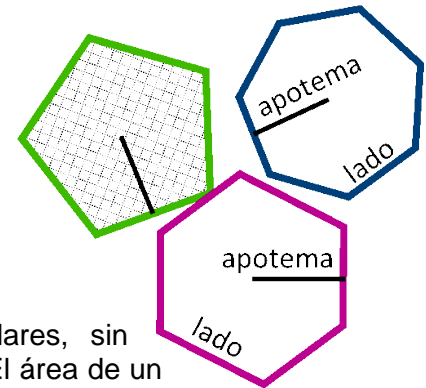


## Área de los polígonos regulares

**Elaborado por:** Licda. Lilliam Rojas Artavia.  
Asesora Nacional de Matemáticas.  
GESPRO, DRTE.  
**Fecha:** 11 agosto de 2016.



### Resumen

Se atiende el área de polígonos regulares, sin considerar al cuadrado ni al triángulo equilátero. El área de un polígono regular se obtiene como el producto del semiperímetro por la apotema.

### Descriptor

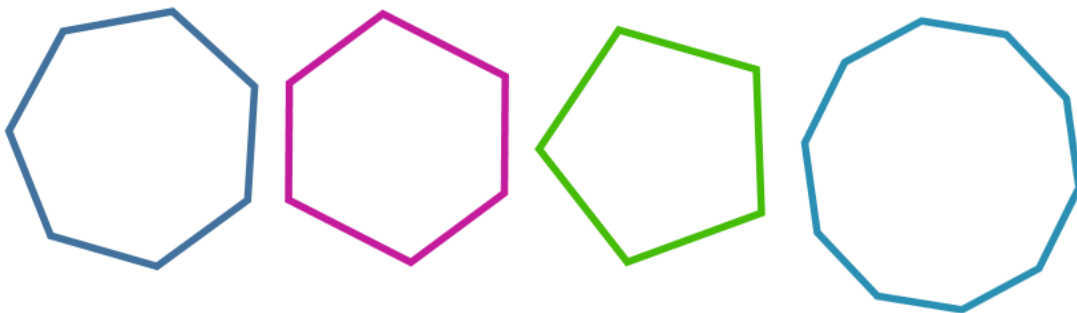
Área, superficie, polígono regular, fórmulas.

### ¿QUÉ ES UN POLÍGONO REGULAR?

Los polígonos regulares tienen lados con la misma medida y sus ángulos internos miden lo mismo. Se deben cumplir esas dos condiciones.

Tal como se indicó en el documento para perímetro de polígonos regulares, el menor polígono regular es el triángulo equilátero. Además el cuadrado, el cual es rectángulo y rombo a la vez, es el cuadrilátero regular.

En este documento se trata el área de los polígonos regulares de cinco o más lados.



Puede ver algunos polígonos regulares en <https://www.geogebra.org/m/MZhSUH94>

## UNA FORMA DE VER A UN POLÍGONO REGULAR

Observe la aplicación en geogebra, del autor Juan Pablo Serrano, denominada *Polígono regular que se desenrolla y enrolla*, localizable en <https://www.geogebra.org/m/fQW4GutC>

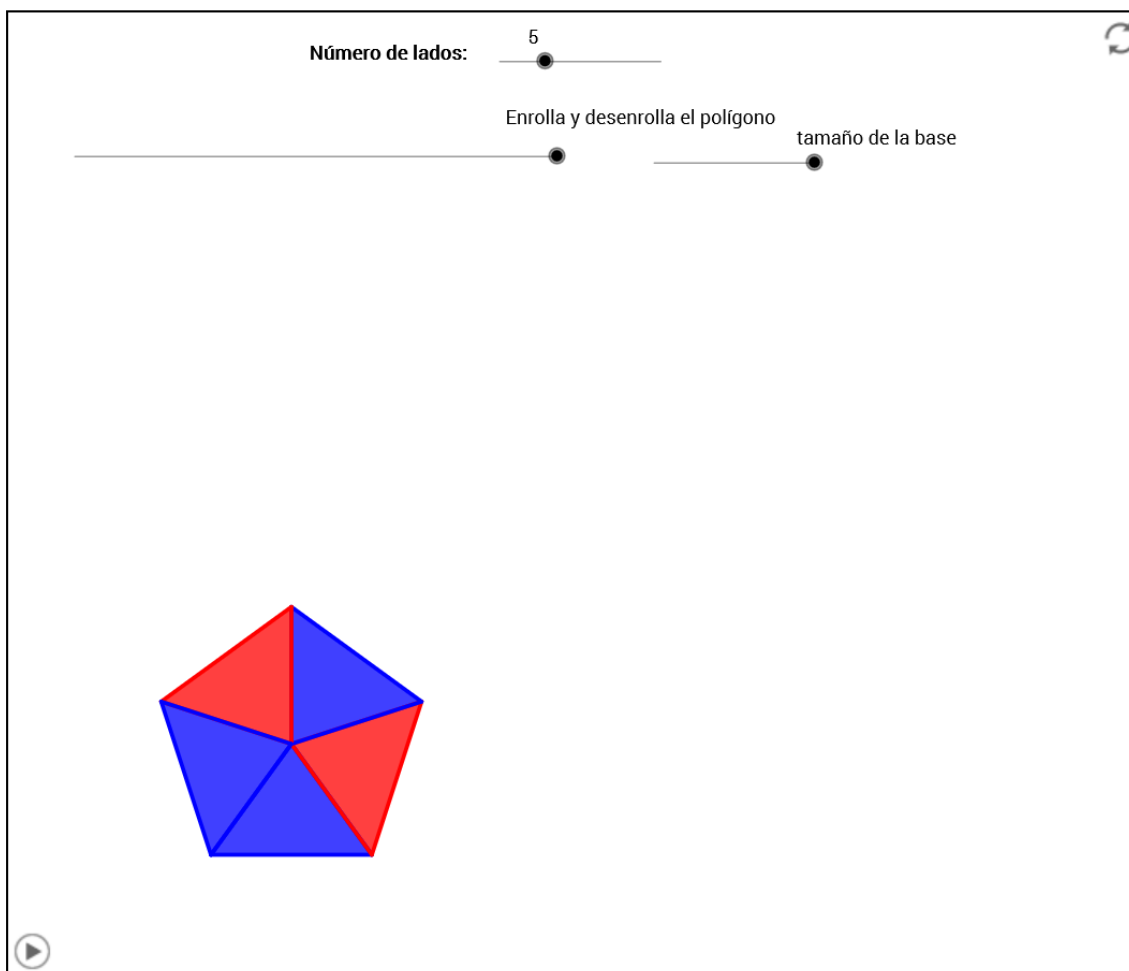
2

← GeoGebra

Mueve el deslizador "Número de lados" para cambiar el número de lados del polígono.

El deslizador "Enrolla y desenrolla el polígono" puede ser manipulado manualmente.

El último deslizador cambia el tamaño del lado del polígono.



Presenta varios deslizadores y botones.

Con el botón inferior izquierdo, se inicia la animación.





Si usted inicia la animación, entonces ese botón cambia a:



Por lo tanto, puede detener la animación presionando sobre

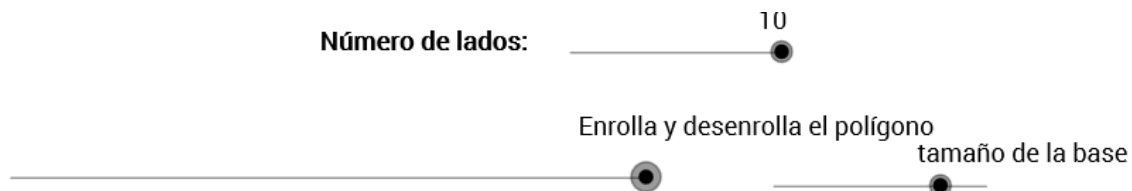
Al dar clic en este botón, la animación se detiene y el botón de nuevo cambia.

Con el ícono superior derecho, reinicia.

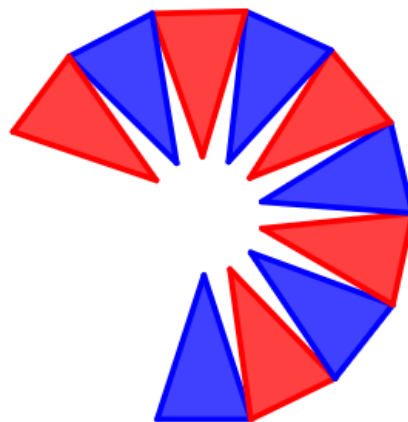


La medida del lado del polígono se controla con el deslizador denominado “tamaño de la base”.

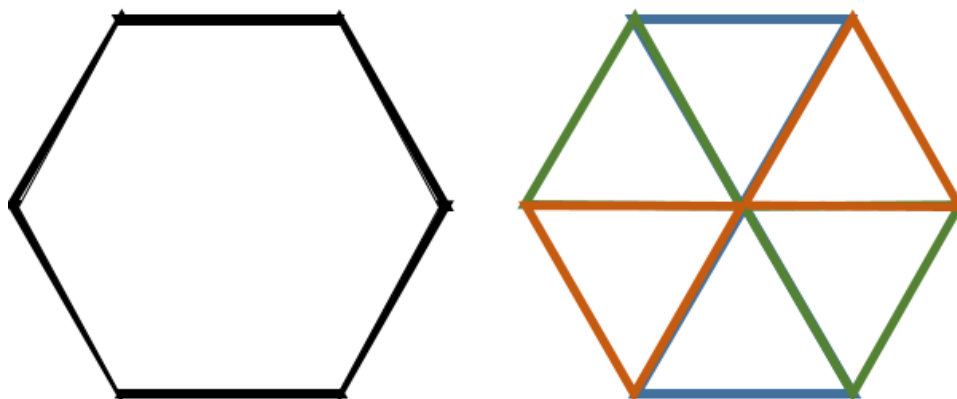
El tipo de polígono regular se determina con el “número de lados”.



Si usted ha detenido la animación, entonces puede manipular el deslizador “enrolla y desenrolla el polígono” para obtener un paso del proceso. Por ejemplo:



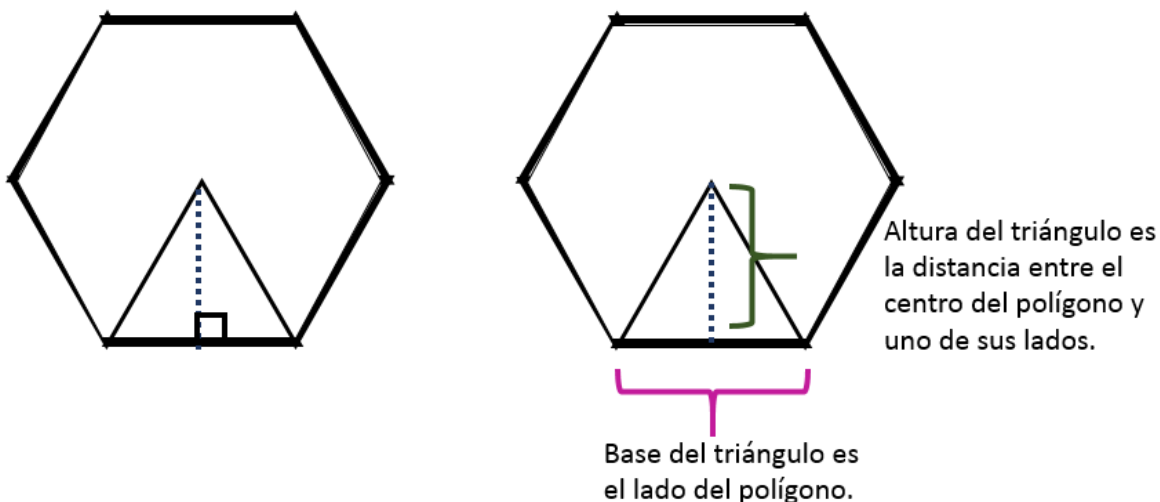
Al analizar un polígono como compuesto por triángulos, se puede determinar su área como la suma de las áreas de los triángulos en cuestión. Por ejemplo, en un hexágono regular se puede contar 6 triángulos:



El área del hexágono de la izquierda es igual a la suma de las áreas de los seis triángulos que se ilustran en el hexágono de la derecha (el cual es idéntico al primero).

El área de un triángulo es base por altura entre dos.

Observe el triángulo destacado en el hexágono:



Representemos con " $\ell$ " a la base del triángulo; con " $a$ " a la altura del triángulo.

La altura de este triángulo es la **apotema** del polígono. La distancia entre el centro del polígono regular y uno de sus lados coincide con la altura de ese triángulo. Recuerde que apotema= distancia entre el centro y el punto medio de un lado.

$$\frac{l \cdot a}{2}$$

El área de este triángulo es:

Por tanto, el área de este polígono es seis veces esa área del triángulo.

$$6 \cdot \frac{l \cdot a}{2}$$

5

El área del polígono regular de  $n$  lados, cuyo lado mide  $l$  y cuya apotema es  $a$  se calcula con la fórmula:

$$n \cdot \frac{l \cdot a}{2}$$

Lo cual equivale a:

$$n \cdot \frac{l \cdot a}{2} = \frac{n \cdot l \cdot a}{2} = \frac{n \cdot l}{2} \cdot a$$

Donde  $n$  es el número de lados,  $l$  es la medida de un lado y  $a$  es la apotema.

Observe que en esa fórmula aparece el perímetro del polígono regular:

$$n \cdot \frac{l \cdot a}{2} = \frac{n \cdot l \cdot a}{2} = \frac{n \cdot l}{2} \cdot a$$

El perímetro del polígono dividido por dos, se denomina "semiperímetro".

## FÓRMULA DEL ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES

El área de un polígono regular es igual a:

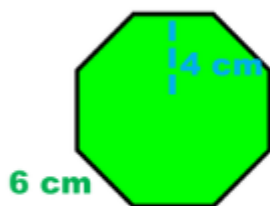
semiperímetro POR apotema

## EJEMPLOS

6

Los siguientes ejemplos han sido tomados de <https://matematicasparaticharito.wordpress.com/tag/ejercicios-resueltos-de-perimetro-y-area-de-poligonos-regulares-de-mas-de-cuatro-lados/>

**Calcular el perímetro y el área de un octágono regular que mide 6 cm de lado por 4 cm de apotema.**



octágono

**perímetro = núm. de lados x lado**

$$P = n \times l$$

$$P = 8 \times 6 = 48 \text{ cm}$$

**Área =  $\frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$**

$$Á = \frac{p \times a}{2}$$

$$Á = \frac{48 \times 4}{2} = \frac{192}{2}$$

$$Á = 96 \text{ cm}^2$$

Calcular el perímetro y el área de un pentágono regular que mide 5 cm de lado por 3.4 cm de apotema.

pentágono



perímetro = núm. de lados x lado

$$P = n \times l$$

$$P = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}$$

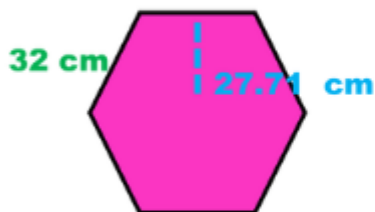
Área =  $\frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$

$$Á = \frac{p \times a}{2}$$

$$Á = \frac{25 \times 3.4}{2} = \frac{85}{2}$$

$$Á = 42.5 \text{ cm}^2$$

Calcular el perímetro y el área de un hexágono regular que mide 32 cm de lado por 27.71 cm de apotema.



hexágono

perímetro = núm. de lados x lado

$$P = n \times l$$

$$P = 6 \times 32 = 192 \text{ cm}$$

Área =  $\frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$

$$Á = \frac{p \times a}{2}$$

$$Á = \frac{192 \times 27.71}{2} = \frac{5320.32}{2}$$

$$Á = 2660.16 \text{ cm}^2$$

#### Habilidades

Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros y áreas de diversas figuras.

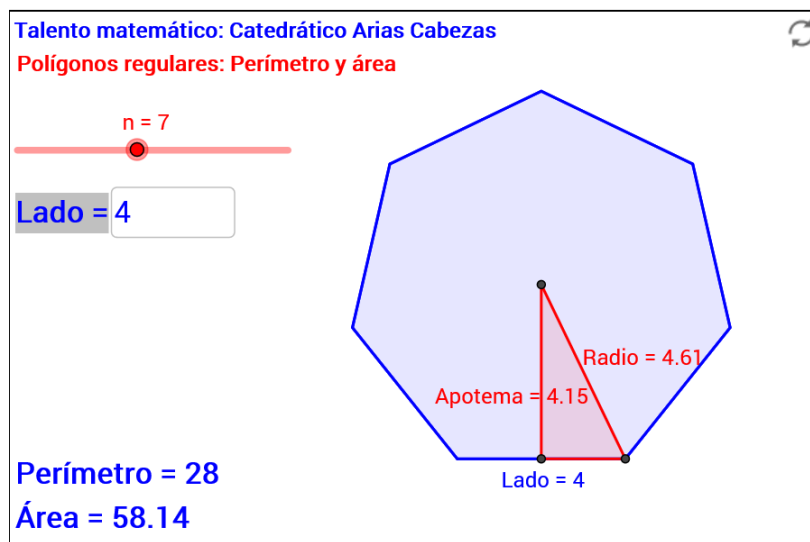


### Actividades complementarias.

1. Ingrese a <https://www.geogebra.org/m/SuV6Crem> y manipule la aplicación para obtener polígonos regulares. En la casilla lado anote la medida que desee para el lado.

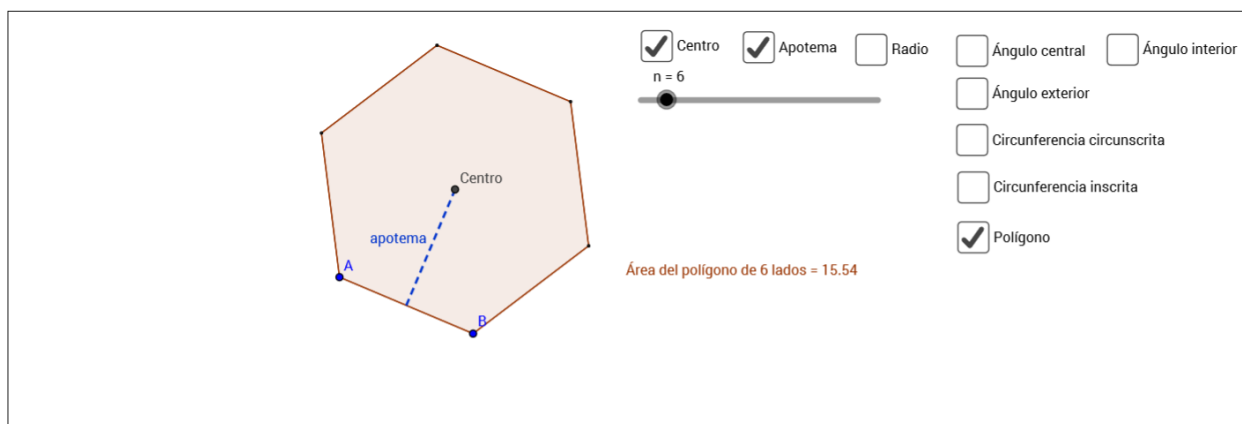
No preste atención a la medida del radio pues no nos ocupa en este documento. Sin embargo, recuerde que es uno de los elementos de un polígono regular.

## Polígonos regulares: Perímetro y área



2. Analice la aplicación <https://www.geogebra.org/m/TxZVvbaF>

En el siguiente applet aparecen polígonos regulares y elementos relacionados con ellos. Con el deslizador  $n$  puedes cambiar el número de lados de los polígonos, marcando las casillas puedes mostrar u ocultar los diversos elementos y moviendo A y B puedes cambiar el tamaño del polígono.



Elija el tipo de polígono regular, cambie la medida del lado manipulando los puntos A o B.

Observe que la aplicación da el área del polígono, pero no brinda ni la medida de la apotema ni la medida del lado; con otros conocimientos podríamos averiguar estos datos. Es decir, la aplicación permite ver ejemplos, no presenta ejercicios.



## FUENTES DE INFORMACIÓN

**Ubicación:** Internet.

Laura. (21 de junio 2016) **Polígonos regulares y elementos.** <<https://www.geogebra.org/m/TxZVvbaF> >

Lenin Paulino. (4 de marzo de 2012) **Generador de polígonos regulares.** <<https://www.geogebra.org/m/MZhSUH94> >

Serrano E. Juan P. (28 abril de 2012) **Polígono regular que se desenrolla y enrolla.** <<https://www.geogebra.org/m/fQW4GutC> >

**Matemáticas para ti. Contenidos de Educación Básica.** (Accedido el 11 de agosto de 2016) <<https://matematicasparaticharito.wordpress.com/tag/ejercicios-resueltos-de-perimetro-y-area-de-poligonos-regulares-de-mas-de-cuatro-lados/>>

**Ubicación:** Departamento de Documentación e Información Electrónica. DRTE.

Rojas A., Lilliam. (20 de noviembre de 2000) **Área del pentágono.** Archivo A110051C.M06. Base de datos del Kiosco de Información.