

## Ejercicios resueltos del tema de estadística y probabilidad para Bachillerato por Madurez

### Primer Ejercicio

Habilidad Específica: *“Utilizar diferentes tipos de representaciones gráficas o tabulares para el análisis de datos cualitativos y favorecer la resolución de problemas vinculados con diversas áreas”* (MEP, pag 432)

Se desea conocer el comportamiento de los precios de los combustibles a través de los años. Para esto se consulta el documento “Estado de la Nación, 2013” y se obtiene la siguiente tabla de datos:

**Precio de combustibles empleados en el sector transporte**  
(Colones por litro, precio anual)

Tipo de Combustible	2009	2010	2011	2012	2013
Gasolina Regular	501,2	573,2	649,4	684,0	691,9
Gasolina Súper	515,8	600,4	670,1	710,5	723,7
Diesel	419,3	487,8	569,4	590,8	592,0
Jet-Fuel	447,6	502,9	597,9	628,0	633,3

Fuente: Estado de la Nación en desarrollo humano sostenible, 2013.

Represente tabular y gráficamente lo siguiente. Interprete los resultados.

- Los precios de los combustibles en el 2013.
- Los precios de la gasolina regular entre 2009 y 2013.

## Solución:

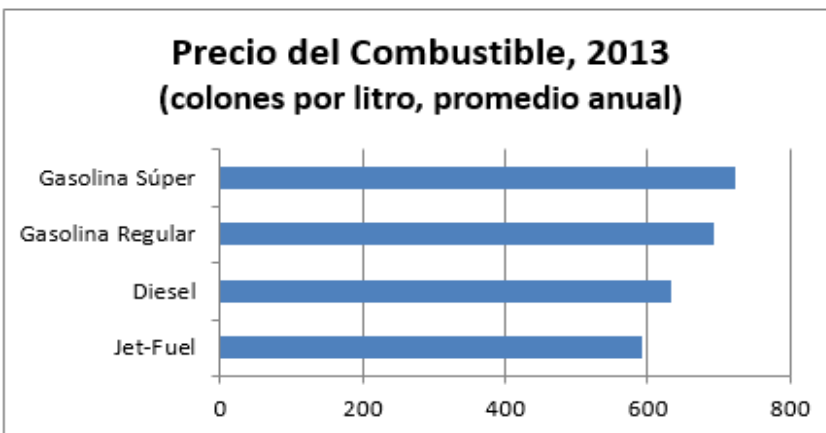
En este ejercicio lo más importante es que se pueda interpretar la información obtenida.

a) Los precios de los combustibles en el 2013.

Precios de Combustibles, año 2013

(Colones por litro, promedio anual)

Tipo de Combustible	2013
Gasolina Regular	691,9
Gasolina Súper	723,7
Jet-Fuel	592,0
Diesel	633,3



### Interpretación de los resultados

En el gráfico se puede apreciar claramente que la gasolina súper es la que presentó un mayor precio promedio anual entre los combustibles en el 2013. El Jet Fuel fue el más barato.

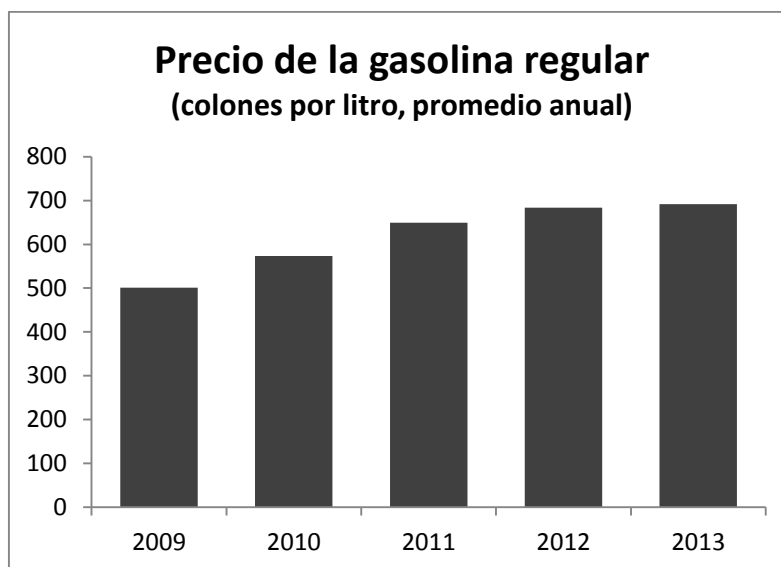
En la tabla anterior se puede obtener que la Gasolina Súper tuvo un precio promedio anual de 723,7 colones, y presenta una diferencia de 31,8 colones con la gasolina regular, una diferencia de 90,4 colones con respecto al diésel y, de 131,7 colones al comparar el valor con el jet fuel.

¿Qué otra información puede deducir de los gráficos y tablas?

b) Los precios de la gasolina regular entre 2009 y 2013

**Precio de combustibles empleados en el sector transporte  
(Colones por litro, precio anual)**

	2009	2010	2011	2012	2013
Gasolina Regular	501,2	573,2	649,4	684,0	691,9



### Interpretación de los resultados

En el gráfico se puede apreciar que el precio promedio anual de la gasolina regular ha ido aumentando año con año. Parece que el precio promedio anual obtenido entre 2012 y 2013 tiende a estabilizarse. En el 2009 se presentó el precio promedio anual más bajo de los años estudiados.

De la tabla se puede obtener que se presentó un aumento de 190,7 colones en el precio promedio anual de la gasolina regular entre el primer año del estudio (2009) y el último (2013). La diferencia del precio promedio anual año entre el 2012 y 2013 es de solo 7,9 colones.

¿Qué otra información puede deducir de los gráficos y tablas?

## Ejercicio 2:

Habilidad Específica: “Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la media, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.” (MEP, pág 432)

Se quiere conocer la asistencia a la Biblioteca pública de un cantón costarricense por parte de la comunidad a la cual dicho establecimiento pertenece en un mes determinado. Para esto, se consultó a 500 personas, obteniendo los siguientes datos:

**Cuadro 1**

**Cantidad de visitas a la biblioteca pública del cantón XYZ, por parte de los miembros de la comunidad aledaña en el mes de febrero del año 2016**

Número de visitas	Frecuencia (Cantidad de personas)
0	210
1	178
2	68
3	24
4	14
5	6

Las medidas de posición obtenidas son las siguientes:

**Cuadro 2**

**Medidas de posición de la cantidad de visitas a la biblioteca pública del cantón XYZ, por parte de los miembros de la comunidad aledaña en el mes de febrero del año 2016**

Mínimo	0
Máximo	5
Media Aritmética	0,94
Moda	0
Mediana	1
Q1	0
Q3	1

## Interprete cada medida de posición obtenida.

### Solución:

Interpretación de los resultados:

Mínimo y máximo: la cantidad de visitas que hicieron los miembros de la comunidad oscilan entre 0 y 5.

Media aritmética: Si se suman todas las visitas efectuadas en ese mes a la biblioteca y se reparten equitativamente entre las personas entrevistadas, daría como resultado casi una visita por persona (0,94).

Moda: La cantidad de visitas a la biblioteca que más se repitió entre las personas consultadas es 0.

Mediana: El 50% (la mitad) de las personas consultadas visitaron 1 vez o menos la biblioteca en ese mes.

Q1: El 25% (la cuarta parte) de las personas consultadas no hicieron visita alguna a la biblioteca en ese mes.

Q3: El 75% (las tres cuartas partes) de las personas consultadas visitaron 1 vez o menos la biblioteca en ese mes.

En este ejercicio tanto la mediana como los cuartiles ayudan a tener una noción clara de cómo se distribuyen los datos, ya que se puede apreciar que al menos el 75% de las personas consultados hicieron 1 o ninguna visita.

### Ejercicio 3:

#### Habilidades Específicas:

Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.

Resumir la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido, el recorrido intercuantílico, la variancia o la desviación estándar e interpretar la información que proporcionan.

Aplicar estandarización y el coeficiente de variación para comparar la posición y variabilidad de dos o más grupos de datos

(MEP, pág 432, 438, 439)

Una empresa transnacional tiene 4071 trabajadores y muestran la siguiente distribución de salarios anuales en dólares para estos:

**Cuadro 1**

**Distribución de frecuencias de los trabajadores según salario anual, en dólares de una empresa transnacional**

Salario anual (en dólares)	Frecuencia	Porcentaje
Menos de 50 000	1 757	43,16 %
De 50 000 a menos de 100 000	1 491	36,62 %
De 100 000 a menos de 150 000	414	10,17 %
De 150 000 a menos de 200 000	314	7,71 %
De 200 000 a menos de 250 000	46	1,13 %
De 250 000 a menos de 300 000	23	0,56 %
De 300 000 a menos de 350 000	7	0,17 %
De 350 000 a menos de 400 000	3	0,07 %
De 400 000 a menos de 450 000	4	0,10 %
De 450 000 a menos de 500 000	4	0,10 %
De 500 000 a menos de 550 000	5	0,14 %
550 000 o más	3	0,07 %
<b>total</b>	<b>4 071</b>	<b>100 %</b>

### Cuadro 2

#### Medidas de posición de los salarios anuales, en dólares de una empresa transnacional

Media	76 252,2
Mediana	59 509,6
Moda	37 201,4
Mínimo	10 000
Máximo	580 000
Desviación Estándar	55 157

(Tomado de Introducción a la Estadística Descriptiva de Javier Trejos Zelaya)

- Interprete los resultados de los cuadros anteriores.
- Calcule el coeficiente de variación e interprételo.
- Si una persona tiene un salario superior a \$210 000, ¿gana más que el 50% de los empleados? ¿Por qué?
- Si en otra empresa transnacional, el salario promedio es de \$150 000, con una desviación estándar de \$60 000. ¿Cuál de las dos empresas presenta menor variabilidad en sus salarios?

## Solución:

- a) De acuerdo con el Cuadro 1 se puede apreciar que la mayor parte de los trabajadores perciben un salario menor a \$100 000, ya que si sumamos las frecuencias de las dos clases más bajas (menos de \$50 000 y de \$ 50 000 a \$100 000, se tiene que 3248 (1757 +1491) trabajadores ganan menor de \$100 000, lo que equivale a un 79,78%. Por otra parte, solo 23 personas presentan un salario mayor o igual a 300 000 lo que equivale a un 0,65 % del total de trabajadores de la empresa.

De acuerdo con el Cuadro 2, se puede interpretar lo siguiente:

Media aritmética: Si se suman todos los salarios anuales pagados por la empresa y se reparten equitativamente entre todos sus trabajadores, cada uno tendría un salario de \$76 252,2.

Mediana: El 50 % de los trabajadores perciben un salario anual menor o igual a \$59 509,6.

Moda: El salario que se repite más entre los trabajadores es de \$37 201,4

Mínimo y máximo: Los salarios oscilan entre \$10 000 y \$580 000.

Desviación estándar: La mayor parte de los salarios oscilan entre \$21 095,2 y \$131 409,2. Otra forma de interpretarlo es: la mayoría de los trabajadores ganan entre \$21 095,2 y \$131 409,2.

- b) El coeficiente de variación es de 72 %, lo cual significa que los datos presentan una variabilidad bastante grande, es decir que los salarios se encuentran bastantes dispersos con respecto a su media aritmética.
- c) Sí, porque su salario es mayor que la mediana. Además de acuerdo con el Cuadro 1 se puede afirmar que es mayor al 80% de los salarios de los trabajadores.
- d) El coeficiente de variación para los salarios de esta empresa sería de 40% por lo que presenta una menor variabilidad en sus datos con respecto a la media, ya que el otro es de 72%.



#### Ejercicio 4:

##### Habilidades Específicas:

Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.

Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos

(MEP, pág 432)

Considere la siguiente información sobre un estudio estadístico:

Se ha registrado el peso (masa) en kilogramos de 400 estudiantes de un colegio. Al resumir los datos se obtuvo que la mediana es 78,3 kg, la moda es 76 kg y la media aritmética es 87 kg.

Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas para los 400 estudiantes:

- a) El peso más repetido es 76 kg
- b) Al menos un estudiante **con certeza** pesa 78,3 kg
- c) Se puede afirmar que existe al menos 1 estudiante con un peso superior a los 87 kg
- d) Exactamente 200 estudiantes pesan 87 kg
- e) Al menos una cuarta parte de los estudiantes pesan menos o igual que 78,3 kg
- f) Al menos 200 estudiantes pesan menos de 80 kg

- g) La distribución de datos presenta una asimetría positiva

## Solución

- a) V. Ya que ese es el valor de la moda.
- b) F. Que la mediana sea de 78,3 kg no garantiza que ese valor sea un peso de algún estudiante.
- c) V. Si el promedio es 87 kg, significa que al sumar todos los pesos y repartirlos equitativamente, todos pesarían 87 kg, al existir valor menores a este (como lo indican la moda y la mediana) obligatoriamente existe al menos un estudiante con peso superior a la media
- d) F. Ese valor corresponde a la media aritmética y significa que al sumar todos los pesos y repartirlos equitativamente, todos pesarían 87 kg y no que 200 personas pesarían esto.
- e) V. Ese valor corresponde a la mediana que garantiza que el 50% de los datos son iguales o menores a 78,3, por lo que se puede afirmar que el 25% de los estudiantes lo cumplen.
- f) V. Ese valor es superior a la mediana que garantiza que el 50% de los datos son iguales o menores a 78,3, por lo que un valor superior a este es mayor que el 50% de los datos.
- g) V. Ya que  $Mo < Me < \bar{x}$

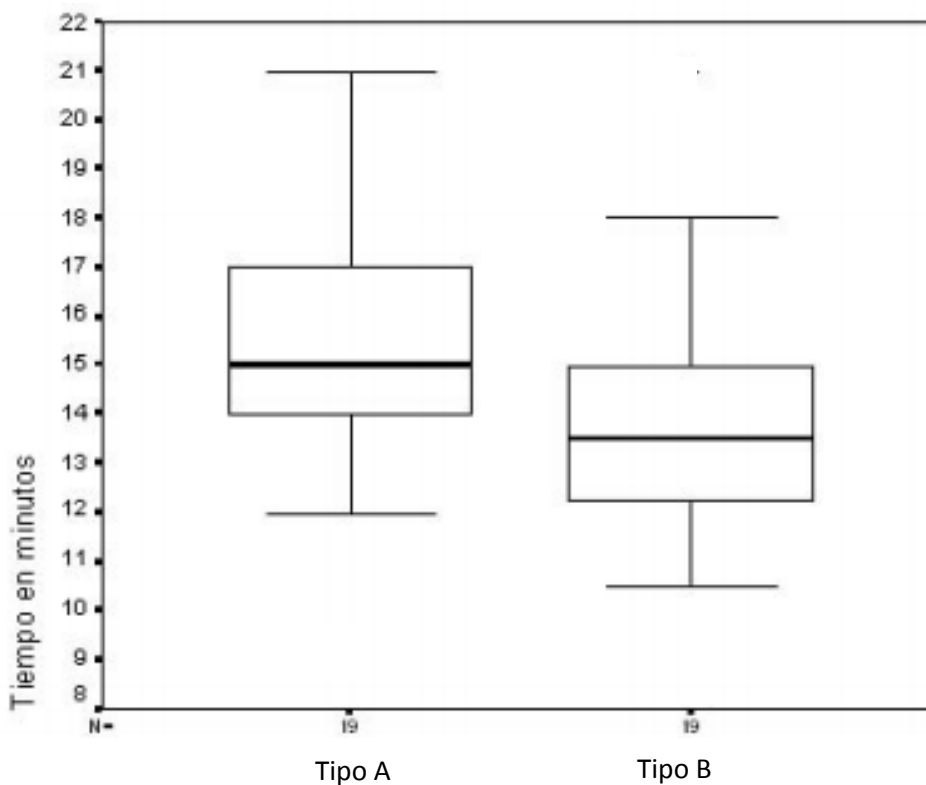
### Ejercicio 5:

Habilidad Específica: Utilizar diagrama de cajas para comparar la posición y la variabilidad de dos grupos de datos

(MEP, pág 436)

El siguiente diagrama de cajas representa los resultados de un estudio sobre dos tipos de música y el tiempo que tarda una persona en conciliar el sueño. Se hizo cada experimento con 19 personas.

**Cuadro 1**  
**Tiempo de duración de una persona para dormirse influenciado por dos tipos de música, A y B**



**Interprete los resultados**

## Solución

Para el tipo de música A:

Las personas tardaron entre 12 y 21 minutos en dormirse. El 25% de las personas (aproximadamente 4) tardaron 14 minutos o menos (análisis del primer cuartil). La mitad de las personas se durmió en 15 minutos o menos (análisis de la mediana). Un 25% de las personas tardaron 17 minutos o más en dormirse (análisis del tercer cuartil).

Para el tipo de música B:

Las personas tardaron entre 10,5 y 18 minutos en dormirse. El 25% de las personas (aproximadamente 4) tardó 12 minutos o menos (análisis del primer cuartil). La mitad de las personas se durmió en 13,5 minutos o menos (análisis de la mediana). Un 25% de las personas tardó 15 minutos o más en dormirse (análisis del tercer cuartil).

Sobre la variabilidad de los datos:

Los datos se comportan de forma muy similar, parece que los datos varían de forma muy similar. Faltaría el coeficiente de variación para determinar cuál tipo de música presenta menor variabilidad en el tiempo para dormirse de las personas.

### Ejercicio 6:

Habilidad Específica: Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí. (pág 434)

Un almacén ha determinado que el mejor pronóstico, para las ventas del mes 5, se encuentra obteniendo la media aritmética de los 4 meses anteriores y utilizando los siguientes factores de ponderación (40%, 30%, 20% y 10%). Determinar el pronóstico para las ventas en el mes 5.

Período	Ventas (unidades)	Ponderación
Mes 1	100000	10%
Mes 2	90000	20%
Mes 3	105000	30%
Mes 4	95000	40%

## Solución

El pronóstico de ventas para el mes 5 es

$$\bar{x} = 100\,000 \cdot 0,1 + 90\,000 \cdot 0,2 + 105\,000 \cdot 0,3 + 95\,000 \cdot 0,4$$

$$\bar{x} = 97\,500 \text{ unidades}$$

Entonces en el mes 5 se pronostican vender 97 500 unidades.0

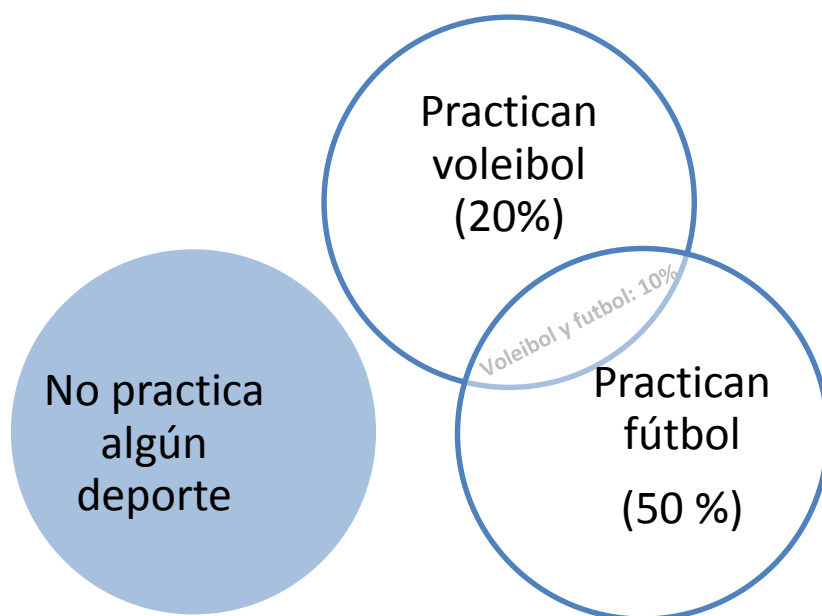
### Ejercicio 7:

Habilidad Específica: Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.

El 20% de los estudiantes de un colegio practica voleibol, el 50% practica fútbol y el 10% ambos deportes. Se elige un estudiante al azar.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante elegido no practique fútbol ni voleibol?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante elegido practique fútbol?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante elegido practique voleibol?

## Solución



El diagrama anterior ejemplifica la situación y las respuestas son

1. 0,3.
2. 0,5
3. 0,2



## Ejercicio 8:

Habilidad Específica: Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.

Considere los datos sobre fuerza laboral, población ocupada y población desocupada en el 2013, tomados del informe Estado de la Nación, con datos del 2013.

### Fuerza de trabajo, Población ocupada y desempleada en el año 2013, distribuido por género

	Fuerza de trabajo 2013		total
	Fuerza ocupada	Fuerza desempleada	
hombres	1 245 678	93 732	1 339 410
Mujeres	776 793	94 366	871 159
total	2 022 671	187 898	2 210 569

Fuente: Vigésimo informe Estado de la Nación.

### I Parte

Si la población total son todos los hombres de la fuerza de trabajo que a su vez son parte de la fuerza ocupada (es decir, están laborando),

- ¿Cuál sería un evento seguro y cuál sería su probabilidad?
- ¿Cuál sería un evento imposible y cuál sería su probabilidad?
- ¿Cuáles son los valores entre los cuáles se encuentra la probabilidad de un evento?

## II Parte

Tomando como población total todas las mujeres de la fuerza de trabajo,

Considere los siguientes eventos:

A: Ser una mujer de la fuerza laboral ocupada.

B: Ser una mujer de la fuerza laboral desempleada .

- Hallar  $P(A)$ ,  $P(B)$
- ¿Cuál es el evento  $A \cup B$ ?
- ¿Cuál es el valor de  $P(A \cup B)$ ?
- ¿Cuál sería una manera de escribir  $P(A)$  en términos de  $P(B)$ ?

## III Parte

Tomando como población total toda la fuerza de trabajo,

Considere los siguientes eventos:

A: Ser un hombre de la fuerza laboral ocupada.

B: Ser una mujer de la fuerza laboral ocupada.

C: Ser un hombre de la fuerza laboral desempleada.

D: Ser una mujer de la fuerza laboral desempleada.

¿Estos eventos son excluyentes entre sí? ¿Por qué?

- Hallar  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(C)$ ,  $P(D)$ .
- ¿Cuál es el evento  $A \cup B$ ?
- ¿Cuál es el evento  $C \cup D$ ?
- ¿Cuál es el valor de  $P(A \cup B)$ ?
- ¿Cuál es el valor de  $P(C \cup D)$ ?
- ¿Cuál es el evento  $A \cup B \cup C \cup D$ ?
- ¿Cuál es el valor de  $P(A \cup B \cup C \cup D)$ ?

## Solución

### I Parte

- a) Ser un hombre de la fuerza ocupada. Su probabilidad es 1.
- b) Ser una mujer de la fuerza desempleada. Su probabilidad es 0.
- c) Entre 0 y 1

### II Parte

- a)  $P(A) = \frac{776793}{871159} \approx 0,89$  ,  $P(B) = \frac{94366}{871159} \approx 0,11$
- b) Ser mujer de la fuerza laboral ocupada o de la fuerza laboral desocupada
- c)  $P(A \cup B) = 1$
- d)  $P(A) = 1 - P(B)$

### III Parte

- a)  $P(A) = \frac{1245678}{2210569} \approx 0,56$ ,  $P(B) = \frac{776793}{2210569} \approx 0,35$  ,  
 $P(C) = \frac{93732}{2210569} \approx 0,04$  ,  $P(D) = \frac{94366}{2210569} \approx 0,05$
- b) Ser hombre o mujer de la fuerza laboral ocupada.
- c) Ser hombre o mujer de la fuerza laboral desempleada.
- d) 0,91 (0,56+ 0,35)
- e) 0,09 (0,04 + 0,05)
- f) Ser hombre o mujer, de la fuerza laboral ocupada o desocupada
- g) 1